

## 反射テスト 整数 整式の割り算と余り 01

1. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 12 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 8 で割ると商が  $b$  で余り 6 となる.  
( S 級 48 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 )

(1)  $m$  を  $a$  で表せ.

(2)  $n$  を  $b$  で表せ.

(3)  $m + n$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

(4)  $m - n$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

2. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 18 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 24 で割ると商が  $b$  で余り 7 となる.

( S 級 48 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 )

(1)  $m$  を  $a$  で表せ.

(2)  $n$  を  $b$  で表せ.

(3)  $m + n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

(4)  $m - n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

# 反射テスト 整数 整式の割り算と余り 01 解答解説

1. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 12 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 8 で割ると商が  $b$  で余り 6 となる.  
(S 級 48 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1)  $m$  を  $a$  で表せ.

$$m = 12a + 5$$

(2)  $n$  を  $b$  で表せ.

$$n = 8b + 6$$

## ★商と余り

A を B で割ると商が  $x$ , 余りが  $y$

$$\Rightarrow A = Bx + y$$

割り算の逆算のイメージで式をつくる.

注意としては, 余りは  $0 \sim B - 1$ .

また, 以下の形では方程式は作れない.

$$A \div B = x \cdots y$$

(3)  $m + n$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$\begin{aligned} m + n &= 12a + 5 + 8b + 6 \\ &= 12a + 8b + 11 \\ &= 4(3a + 2b + 2) + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{商} & 3a + 2b + 2 \\ \text{余り} & 3 \end{array}$$

(4)  $m - n$  を 4 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$\begin{aligned} m - n &= (12a + 5) - (8b + 6) \\ &= 12a + 5 - 8b - 6 \\ &= 12a - 8b - 1 \\ &= 4(3a - 2b - 1) + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \text{商} & 3a - 2b - 1 \\ \text{余り} & 3 \end{array}$$

☆4 で割るから, 余りは  $0 \sim 3$

$$12a - 8b - 1 = 4(3a - 2b) - 1$$

としてはいけない.

$-1$  は 4 で割ると商が  $-1$ , 余りが 3 となる.

$$-1 = 4 \times 0 + (-1) \quad \leftarrow \text{余りが } 0 \sim 3 \text{ ではない.}$$

$$-1 = 4 \times (-1) + (+3) \quad \leftarrow \text{商を } 1 \text{ 減らした.}$$

商をずらして余りが  $0 \sim 3$  になるように調整する.

この辺の手順は反射テスト「負の余り」参照.

☆参考

3 で割って 2 余り, 4 で割って 3 余る整数  $n$  を

$$n = 3a + 2 = 4b + 3 \quad \text{と表そう.}$$

上の議論から,  $n = 3(a + 1) - 1 = 4(b + 1) - 1$

と変形できるので,  $3(a + 1) = 4(b + 1)$  である.

これを 3 と 4 の最小公倍数 12 を用いて  $12c$  と表せば,

$$n = 12c - 1 = 12(c + 1) + 11 \quad \text{となるので,}$$

$n$  は 12 で割って 11 余ることがわかる.

2. 2つの自然数  $m, n$  がある.  $m$  は 18 で割ると商が  $a$  で余り 5,  $n$  は 24 で割ると商が  $b$  で余り 7 となる.

(S 級 48 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1)  $m$  を  $a$  で表せ.

(2)  $n$  を  $b$  で表せ.

$$m = 18a + 5$$

$$n = 24b + 7$$

★商と余り

A を B で割ると商が  $x$ , 余りが  $y$

$$\Rightarrow A = Bx + y$$

割り算の逆算のイメージで式をつくる.

注意としては, 余りは  $0 \sim B - 1$ .

また, 以下の形では方程式は作れない.

$$A \div B = x \cdots y$$

(3)  $m + n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

(4)  $m - n$  を 6 で割ったときの商と余りを求めよ.

$$m + n = 18a + 5 + 24b + 7$$

$$= 18a + 24b + 12$$

$$= 6(3a + 4b + 2) + 0$$

$$\begin{array}{ll} \text{商} & 3a + 4b + 2 \\ \text{余り} & 0 \end{array}$$

☆余り 0

割り切れたということである.

$$m - n = (18a + 5) - (24b + 7)$$

$$= 18a + 5 - 24b - 7$$

$$= 18a - 24b - 2$$

$$= 6(3a - 4b - 1) + 4$$

$$\begin{array}{ll} \text{商} & 3a - 4b - 1 \\ \text{余り} & 4 \end{array}$$

☆6 で割るから, 余りは  $0 \sim 5$

$$18a - 24b - 2 = 6(3a - 4b) - 2$$

としてはいけない.

$-2$  は 6 で割ると商が  $-1$ , 余りが 4 となる.

$$-2 = 6 \times 0 + (-2) \quad \leftarrow \text{余りが } 0 \sim 5 \text{ ではない.}$$

$$-2 = 6 \times (-1) + (+4) \quad \leftarrow \text{商を } 1 \text{ 減らした.}$$

商をずらして余りが  $0 \sim 5$  になるように調整する.

この辺の手順は反射テスト「負の余り」参照.