反射テスト　解析　空間座標　球面の方程式　01

1.　xyz 空間座標において，次の条件を満たす球面の方程式を求めよ．(S 級 1 分 20 秒，A 級 2 分，B 級 3 分 20 秒，C 級 5 分)

(1)　原点を中心とし，半径 1 の球面．

(2)　中心 $(-1, 2, -4)$，半径 8 の球面．

(3)　xy 平面に接し，中心 $(1, 2, 3)$ の球面．

(4)　x 軸上に中心があり，半径 9 の球面．ただしこの球は yz 平面に接する．

(5)　原点を通り，中心 $(2, 3, 6)$ の球面．

(6)　原点を中心とし，平面 $x + y + z - 6 = 0$ に接する球面．

2. xyz 空間座標において, 次の条件を満たす球面の方程式を求めよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分 ）

(1) 原点を中心とし, 半径 4 の球面.

(2) 中心 $(2, -4, -6)$, 半径 8 の球面.

(3) yz 平面に接し, 中心 $(1, 2, 3)$ の球面.

(4) y 軸上に中心があり, 半径 4 の球面.
ただしこの球は zx 平面に接する.

(5) 原点を通り, 中心 $(2, -1, -2)$ の球面.

(6) 原点を中心とし,
平面 $x - y + 4z - 12 = 0$ に接する球面.

反射テスト　解析　空間座標　球面の方程式　01　解答解説

1.　xyz 空間座標において，次の条件を満たす球面の方程式を求めよ.（ S 級 1 分 20 秒，A 級 2 分，B 級 3 分 20 秒，C 級 5 分 ）

★ 空間における球面の方程式
中心 (a,b,c)，半径 r の球面の方程式は　$\boldsymbol{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=r^2}$

(1)　原点を中心とし，半径 1 の球面.

$\boldsymbol{x^2+y^2+z^2=1^2}$　**…答え**

(2)　中心 $(-1,2,-4)$，半径 8 の球面.

$\boldsymbol{(x+1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=8^2}$　**…答え**

(3)　xy 平面に接し，中心 $(1,2,3)$ の球面.

xy 平面に接するので，半径は 3.

$\therefore$　$\boldsymbol{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=3^2}$　**…答え**

(4)　x 軸上に中心があり，半径 9 の球面.
ただしこの球は yz 平面に接する.

yz 平面に接するから，中心の座標は，
$(\pm 9,0,0)$
$\boldsymbol{(x-9)^2+y^2+z^2=9^2}$
又は $\boldsymbol{(x+9)^2+y^2+z^2=9^2}$　**…答え**

(5)　原点を通り，中心 $(2,3,6)$ の球面.

$r>0$ として，球面の半径を r とすると，
$(x-2)^2+(y-3)^2+(z-6)^2=r^2$

これが原点 $(0,0,0)$ を **通る** ⇒ ★代入
$4+9+36=r^2$　⇔　$r=7$

$\therefore$　$\boldsymbol{(x-2)^2+(y-3)^2+(z-6)^2=7^2}$　**…答え**

(6)　原点を中心とし，
平面 $x+y+z-6=0$ に接する球面.

★点と平面の距離で半径を求める.
$$\frac{|0+0+0-6|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$$
$\therefore$　$\boldsymbol{x^2+y^2+z^2=(2\sqrt{3})^2}$　**…答え**

2. xyz 空間座標において，次の条件を満たす球面の方程式を求めよ．(S 級 1 分 20 秒，A 級 2 分，B 級 3 分 20 秒，C 級 5 分)

(1) 原点を中心とし，半径 4 の球面．

$$\boldsymbol{x^2+y^2+z^2=4^2}$$ **…答え**

(2) 中心 $(2,-4,-6)$，半径 8 の球面．

$$\boldsymbol{(x-2)^2+(y+4)^2+(z+6)^2=8^2}$$ **…答え**

(3) yz 平面に接し，中心 $(1,2,3)$ の球面．

xy 平面に接するので，半径は 1．

$\therefore\quad \boldsymbol{(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=1^2}$ **…答え**

(4) y 軸上に中心があり，半径 4 の球面．
ただしこの球は zx 平面に接する．

zx 平面に接するから，中心の座標は，
$(0,\pm4,0)$
$\boldsymbol{x^2+(y-4)^2+z^2=4^2}$
又は $\boldsymbol{x^2+(y+4)^2+z^2=4^2}$ **…答え**

(5) 原点を通り，中心 $(2,-1,-2)$ の球面．

$r>0$ として，球面の半径を r とすると，
$(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=r^2$

これが原点 $(0,0,0)$ を **通る** ⇒ ★代入
$4+1+4=r^2 \quad \Leftrightarrow \quad r=3$

$\therefore\quad \boldsymbol{(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=3^2}$ **…答え**

(6) 原点を中心とし，
平面 $x-y+4z-12=0$ に接する球面．

★点と平面の距離で半径を求める．

$$\frac{|0+0+0-12|}{\sqrt{1^2+(-1)^2+4^2}}=\frac{12}{3\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$$

$\therefore\quad \boldsymbol{x^2+y^2+z^2=(2\sqrt{2})^2}$ **…答え**