

反射テスト 解析 空間座標 平面の方程式 01

1. xyz 空間座標において、次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。(S級 50 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

(1) 原点を通り, 法線ベクトル $(1, 2, 3)$

(2) 点 $(1, 0, 4)$ を通り, 法線ベクトル $(0, 2, 3)$

(3) 点 $(-3, 2, 0)$ を通り, 法線ベクトル $(1, 0, 0)$

(4) 点 $(4, -7, 3)$ を通り, 法線ベクトル $(-6, 5, -2)$

2. xyz 空間座標において、次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。(S級 55 秒, A級 1 分 35 秒, B級 2 分 30 秒, C級 3 分 40 秒)

(1) 原点を通り, 法線ベクトル $(2, -1, -3)$

(2) 点 $(2, 1, 0)$ を通り, 法線ベクトル $(-1, 2, 0)$

(3) 点 $(3, -4, 8)$ を通り, 法線ベクトル $(0, -1, 0)$

(4) 点 $(5, -7, -3)$ を通り, 法線ベクトル $(6, -4, 2)$

反射テスト 解析 空間座標 平面の方程式 01 解答解説

1. xyz 空間座標において、次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。(S級 50秒, A級 1分30秒, B級 2分20秒, C級 3分30秒)

★空間における平面の方程式

点 (p, q, r) を通り、法線ベクトル (a, b, c) である平面の方程式は $a(x - p) + b(y - q) + c(z - r) = 0$

法線ベクトル (a, b, c) のみが与えられた場合は $ax + by + cz + d = 0$ とおくのもよい。

(1) 原点を通り、法線ベクトル $(1, 2, 3)$

$$x + 2y + 3z = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(2) 点 $(1, 0, 4)$ を通り、法線ベクトル $(0, 2, 3)$

$$0(x - 1) + 2(y - 0) + 3(z - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2y + 3(z - 4) = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

$$\Leftrightarrow 2y + 3z - 12 = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(3) 点 $(-3, 2, 0)$ を通り、法線ベクトル $(1, 0, 0)$

$$1(x + 3) + 0(y - 2) + 0(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow x + 3 = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(4) 点 $(4, -7, 3)$ を通り、法線ベクトル $(-6, 5, -2)$

$$-6(x - 4) + 5(y + 7) - 2(z - 3) = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

$$\Leftrightarrow -6x + 24 + 5y + 35 - 2z + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow -6x + 5y - 2z + 65 = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

2. xyz 空間座標において、次の条件を満たす平面の方程式を求めよ。(S級 55秒, A級 1分 35秒, B級 2分 30秒, C級 3分 40秒)

(1) 原点を通り, 法線ベクトル $(2, -1, -3)$

$$2x - y - 3z = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(2) 点 $(2, 1, 0)$ を通り, 法線ベクトル $(-1, 2, 0)$

$$-(x - 2) + 2(y - 1) + 0(z - 0) = 0$$

$$\Leftrightarrow -(x - 2) + 2(y - 1) = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

$$\Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -x + 2y = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

$$\Leftrightarrow x - 2y = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(3) 点 $(3, -4, 8)$ を通り, 法線ベクトル $(0, -1, 0)$

$$0(x - 3) - (y + 4) + 0(z - 8) = 0$$

$$\Leftrightarrow -y - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow y + 4 = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

(4) 点 $(5, -7, -3)$ を通り, 法線ベクトル $(6, -4, 2)$

$$6(x - 5) - 4(y + 7) + 2(z + 3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x - 5) - 2(y + 7) + (z + 3) = 0 \quad \cdots\text{答え} \star$$

$$\Leftrightarrow 3x - 15 - 2y - 14 + z + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y + z - 26 = 0 \quad \cdots\text{答え}$$

☆ 2 で割るのは早いほうがよい.

法線ベクトルの成分を 2 で割れるとさらにいい.

法線ベクトル $(6, -4, 2) \Rightarrow$ 法線ベクトル $(3, -2, 1)$