反射テスト　解析　空間座標　直線の方程式　02

1.　xyz 空間座標において，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ.（ S 級 45 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分 20 秒，C 級 3 分 30 秒 ）

（1）　z 軸

（2）　x 軸に平行で，点 $(2, 3, 1)$ を通る

（3）　xy 平面に垂直で，点 $(1, 0, 0)$ を通る

（4）　2 点 $(-1, 2, 0)$，$(3, 3, 3)$ を通る

2. xyz 空間座標において，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ．(S 級 45 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分 20 秒，C 級 3 分 30 秒)

(1) y 軸

(2) z 軸に平行で，点 $(2,-3,1)$ を通る

(3) yz 平面に垂直で，点 $(1,0,-2)$ を通る

(4) 2 点 $(-1,2,-3)$，$(1,4,8)$ を通る

反射テスト　解析　空間座標　直線の方程式　02　解答解説

1.　xyz 空間座標において，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ.（ S 級 45 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分 20 秒，C 級 3 分 30 秒 ）

★ 空間における直線の方程式

点 (p,q,r) を通り，方向ベクトル (a,b,c) である直線の方程式は　$\dfrac{x-p}{a}=\dfrac{y-q}{b}=\dfrac{z-r}{c}$

a,b,c のいずれかが 0 である場合，上の表記はできないので注意が必要である.

この直線上の点 $P(x,y,z)$ を表すベクトルは

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(p,q,r)+t(a,b,c)$　（ これは t による媒介変数表示とも表現できる．）

a,b,c のいずれかが 0 である場合，この式から，t を消去すればよい.

(1)　z 軸

$\boldsymbol{x=y=0}$　…答え

☆イメージ

ピンとこない場合は平面座標を考えよう.

x 軸 ⇔ $y=0$

(2)　x 軸に平行で，点 $(2,3,1)$ を通る

x 軸に平行だから $y=b$，$z=c$ とおける.

$(2,3,1)$ を通るから $3=b$，$1=c$

∴　$\boldsymbol{y=3}$ **かつ** $\boldsymbol{z=1}$　…答え

☆イメージ

ピンとこない場合は平面座標を考えよう.

x 軸に平行 ⇔ $y=a$

(3)　xy 平面に垂直で，点 $(1,0,0)$ を通る

xy 平面に垂直だから $x=a$，$y=b$ とおける.

$(1,0,0)$ を代入して，$1=a$，$0=b$

$\boldsymbol{x=1}$ **かつ** $\boldsymbol{y=0}$　…答え

☆イメージ

x 軸に垂直で点 $(\mathbf{1},0)$ を通る場合，$x=\mathbf{1}$

☆別解

点 $(1,0,0)$ を通り，方向ベクトル $(0,0,1)$

$(x,y,z)=(1,0,0)+t(0,0,1)$　（ t は実数 ）

∴　$x=1$ かつ $y=0$ かつ $z=t$

⇔　$\boldsymbol{x=1}$ **かつ** $\boldsymbol{y=0}$　…答え

(4)　2 点 $(-1,2,0)$，$(3,3,3)$ を通る

方向ベクトルは，

$(3,3,3)-(-1,2,0)=(4,1,3)$

点 $(-1,2,0)$ を通り，方向ベクトル $(4,1,3)$

⇔　$\boldsymbol{\dfrac{x+1}{4}=y-2=\dfrac{z}{3}}$　…答え

☆別解

方向ベクトルを逆にとって，

$\boldsymbol{\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{-3}}$　…答え

点 $(3,3,3)$ に注目して，

$\boldsymbol{\dfrac{x-3}{4}=y-3=\dfrac{z-3}{3}}$　…答え

なども答えとして適当.

2.　xyz 空間座標において，次の条件を満たす直線の方程式を求めよ．(S 級 45 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分 20 秒，C 級 3 分 30 秒)

(1)　y 軸

$\boldsymbol{x=z=0}$　…答え

☆イメージ
ピンとこない場合は平面座標を考えよう．
x 軸 ⇔ $y=0$

(2)　z 軸に平行で，点 $(2,-3,1)$ を通る

z 軸に平行だから $x=a$，$y=b$ とおける．
$(2,-3,1)$ を通るから $2=a$，$-3=b$
∴　$\boldsymbol{x=2}$ **かつ** $\boldsymbol{y=-3}$　…答え

(3)　yz 平面に垂直で，点 $(1,0,-2)$ を通る

yz 平面に垂直だから $y=b$，$z=c$ とおける．
$(1,0,-2)$ を代入して，$0=b$，$-2=c$
$\boldsymbol{y=0}$ **かつ** $\boldsymbol{z=-2}$　…答え

☆別解
点 $(1,0,-2)$ を通り，方向ベクトル $(1,0,0)$
$(x,y,z)=(1,0,-2)+t(1,0,0)$　(t は実数)
∴　$x=t+1$ かつ $y=0$ かつ $z=-2$
⇔　$\boldsymbol{y=0}$ **かつ** $\boldsymbol{z=-2}$　…答え

(4)　2 点 $(-1,2,-3)$，$(1,4,8)$ を通る

方向ベクトルは，
$(1,4,8)-(-1,2,-3)=(2,2,11)$

点 $(-1,2,-3)$ を通り，方向ベクトル $(2,2,11)$
⇔　$\boldsymbol{\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+3}{11}}$　…答え

☆別解
方向ベクトルを逆にとって，
$\boldsymbol{\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{-11}}$　…答え
点 $(1,4,8)$ に注目して，
$\boldsymbol{\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-8}{11}}$　…答え
なども答えとして適当．