

反射テスト 解析 空間座標 直線の方程式 01

1. xyz 空間座標において、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。(S級 50 秒, A級 1 分 30 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

(1) 原点を通り, 方向ベクトル $(2, 3, -4)$

(2) 点 $(1, 0, 0)$ を通り, 方向ベクトル $(0, 2, 3)$

(3) 点 $(-1, 2, 0)$ を通り, 方向ベクトル $(0, 0, -1)$

(4) 点 $(1, -2, 3)$ を通り, 方向ベクトル $(-1, 3, -2)$

2. xyz 空間座標において、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。(S級50秒, A級1分30秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

(1) 原点を通り, 方向ベクトル $(2, -1, 5)$

(2) 点 $(0, 0, 1)$ を通り, 方向ベクトル $(4, 0, 3)$

(3) 点 $(-1, 1, 6)$ を通り, 方向ベクトル $(0, 2, 0)$

(4) 点 $(-1, -2, 4)$ を通り, 方向ベクトル $(4, 1, -5)$

反射テスト 解析 空間座標 直線の方程式 01 解答解説

1. xyz 空間座標において、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。(S級 50秒, A級 1分30秒, B級 2分20秒, C級 3分30秒)

★空間における直線の方程式

点 (p, q, r) を通り、方向ベクトル (a, b, c) である直線の方程式は $\frac{x-p}{a} = \frac{y-q}{b} = \frac{z-r}{c}$

a, b, c のいずれかが0である場合、上の表記はできないので注意が必要である。

この直線上の点 $P(x, y, z)$ を表すベクトルは

$$\vec{OP} = (p, q, r) + t(a, b, c) \quad (\text{これは } t \text{ による媒介変数表示とも表現できる。})$$

a, b, c のいずれかが0である場合、この式から、 t を消去すればよい。

(1) 原点を通り、方向ベクトル $(2, 3, -4)$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{-4} \quad \dots \text{答え}$$

☆別解 次も正解である。

$$\frac{x}{-2} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{4}$$

方向ベクトルが負ばかりであれば -1 を掛けた方がよいだろう。

(2) 点 $(1, 0, 0)$ を通り、方向ベクトル $(0, 2, 3)$

$a = 0$ であるので、媒介変数表示。

$$(x, y, z) = (1, 0, 0) + t(0, 2, 3) \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore x = 1 \text{ かつ } y = 2t \text{ かつ } z = 3t$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \text{ かつ } \frac{y}{2} = \frac{z}{3} \quad \dots \text{答え}$$

☆ $x = 1$ を言わないと、
平面の方程式になってしまう。

(3) 点 $(-1, 2, 0)$ を通り、方向ベクトル $(0, 0, -1)$

$a = b = 0$ であるので、媒介変数表示。

$$(x, y, z) = (-1, 2, 0) + t(0, 0, -1) \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore x = -1 \text{ かつ } y = 2 \text{ かつ } z = -t$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ かつ } y = 2 \quad \dots \text{答え}$$

☆これが z 軸に平行な直線の表し方。

z についてはあらゆる実数になるので言う必要がない。

(4) 点 $(1, -2, 3)$ を通り、方向ベクトル $(-1, 3, -2)$

$$\frac{x-1}{-1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-3}{-2} \quad \dots \text{答え}$$

2. xyz 空間座標において、次の条件を満たす直線の方程式を求めよ。(S級50秒, A級1分30秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

(1) 原点を通り, 方向ベクトル $(2, -1, 5)$

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{5} \quad \dots\text{答え}$$

(2) 点 $(0, 0, 1)$ を通り, 方向ベクトル $(4, 0, 3)$

$b = 0$ であるので, 媒介変数表示.

$$(x, y, z) = (0, 0, 1) + t(4, 0, 3) \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore x = 4t \text{ かつ } y = 0 \text{ かつ } z = 3t + 1$$

$$\Leftrightarrow y = 0 \text{ かつ } \frac{x}{4} = \frac{z-1}{3} \quad \dots\text{答え}$$

☆ $y = 0$ を言わないと,
平面の方程式になってしまう.

(3) 点 $(-1, 1, 6)$ を通り, 方向ベクトル $(0, 2, 0)$

$a = c = 0$ であるので, 媒介変数表示.

$$(x, y, z) = (-1, 1, 6) + t(0, 2, 0) \quad (t \text{ は実数})$$

$$\therefore x = -1 \text{ かつ } y = 2t + 1 \text{ かつ } z = 6$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ かつ } z = 6 \quad \dots\text{答え}$$

☆これが y 軸に平行な直線の表し方.

y についてはあらゆる実数になるので言う必要がない.

(4) 点 $(-1, -2, 4)$ を通り, 方向ベクトル $(4, 1, -5)$

$$\frac{x+1}{4} = y+2 = \frac{z-4}{-5} \quad \dots\text{答え}$$