

反射テスト 解析 空間座標 点と平面の距離 01

1. xyz 空間座標において、次の距離を求めよ。(S級 1分 10秒, A級 1分 30秒, B級 2分 20秒, C級 3分 30秒)

(1) 原点と平面 $2x + 3y + 4z + 29 = 0$ との距離

(2) 点 $(1, 0, 2)$ と平面 $x + 3y + 5z - 21 = 0$ との距離

(3) 点 $(s, 1, 2s)$ と平面 $sx - y + z + 2 = 0$ との距離 ただし s は実数

2. xyz 空間座標において, 次の距離を求めよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 1 分 45 秒, B 級 2 分 40 秒, C 級 4 分)

(1) 原点と平面 $2x - y + 5z - 5 = 0$ との距離

(2) 点 $(1, -2, 3)$ と平面 $x - 4y - z = 0$ との距離

(3) 点 $(s, 1, s)$ と平面 $4x - 2y - sz - 2 = 0$ との距離 ただし s は実数

反射テスト 解析 空間座標 点と平面の距離 01 解答解説

1. xyz 空間座標において、次の距離を求めよ。(S級1分10秒, A級1分30秒, B級2分20秒, C級3分30秒)

★点と平面の距離

点 (p, q, r) と平面 $ax + by + cz + d = 0$ との距離は $\frac{|ap + bq + cr + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$

☆2次元 \Rightarrow 3次元

平面座標における点 (p, q) と直線 $ax + by + c = 0$ の距離 $\frac{|ap + bq + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ とイメージが重なる.

(1) 原点と平面 $2x + 3y + 4z + 29 = 0$ との距離

$$\begin{aligned}\frac{|2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 29|}{\sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2}} &= \frac{29}{\sqrt{29}} \\ &= \sqrt{29} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

(2) 点 $(1, 0, 2)$ と平面 $x + 3y + 5z - 21 = 0$ との距離

$$\begin{aligned}\frac{|1 + 3 \cdot 0 + 5 \cdot 2 - 21|}{\sqrt{1^2 + 3^2 + 5^2}} &= \frac{10}{\sqrt{35}} \\ &= \frac{2\sqrt{35}}{7} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

(3) 点 $(s, 1, 2s)$ と平面 $sx - y + z + 2 = 0$ との距離 ただし s は実数

$$\begin{aligned}\frac{|s^2 - 1 + 2s + 2|}{\sqrt{s^2 + (-1)^2 + 1^2}} &= \frac{|s^2 + 2s + 1|}{\sqrt{s^2 + 2}} \\ &= \frac{|(s + 1)^2|}{\sqrt{s^2 + 2}} \\ &= \frac{(s + 1)^2}{\sqrt{s^2 + 2}} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

☆ s は実数 $\Rightarrow (s + 1)^2 \geq 0$

2. xyz 空間座標において、次の距離を求めよ。(S級1分20秒, A級1分45秒, B級2分40秒, C級4分)

(1) 原点と平面 $2x - y + 5z - 5 = 0$ との距離

$$\begin{aligned}\frac{|2 \cdot 0 - 0 + 5 \cdot 0 - 5|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 5^2}} &= \frac{5}{\sqrt{30}} \\ &= \frac{\sqrt{30}}{6} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

(2) 点 $(1, -2, 3)$ と平面 $x - 4y - z = 0$ との距離

$$\begin{aligned}\frac{|1 - 4 \cdot (-2) - 3|}{\sqrt{1^2 + (-4)^2 + 1^2}} &= \frac{6}{3\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{2} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

(3) 点 $(s, 1, s)$ と平面 $4x - 2y - sz - 2 = 0$ との距離 ただし s は実数

$$\begin{aligned}\frac{|4s - 2 \cdot 1 - s^2 - 2|}{\sqrt{4^2 + (-2)^2 + (-s)^2}} &= \frac{|-s^2 + 4s - 4|}{\sqrt{s^2 + 20}} \\ &= \frac{|-(s-2)^2|}{\sqrt{s^2 + 20}} \\ &= \frac{(s-2)^2}{\sqrt{s^2 + 20}} \quad \dots\text{答え}\end{aligned}$$

☆ s は実数 $\Rightarrow (s-2)^2 \geq 0$