反射テスト　積分　定積分導入　奇関数と偶関数　01

1.　原点に関して対称な関数を奇関数，y 軸に関して対称な関数を偶関数という．次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③を書け．（ S 級 12 秒，A 級 20 秒，B 級 30 秒，C 級 50 秒 ）

(1)　$f(x) = x$　　(2)　$f(x) = x^2$　　(3)　$f(x) = 3$　　(4)　$f(x) = x^4$　　(5)　$f(x) = \dfrac{1}{x}$

(6)　$f(x) = \sin x$　　(7)　$f(x) = \cos x$　　(8)　$f(x) = \tan x$　　(9)　$f(x) = \log x$　　(10)　$f(x) = e^x$

2.　自然数 n に対して，$f_n(x)$ は奇関数，$g_n(x)$ は偶関数，$h_n(x)$ はどちらでもない関数とする．次の関数が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③，特定できない場合は④を書け．ただしどの関数も零関数ではないとする．つまり $f_n(x) \neq 0$，$g_n(x) \neq 0$，$h_n(x) \neq 0$ とする．（ S 級 40 秒，A 級 1 分，B 級 1 分 30 秒，C 級 3 分 ）

(1)　$2f_1(x)$　　(2)　$-g_1(x)$　　(3)　$f_1(x) - 1$

(4)　$f_1(x) \cdot f_2(x)$　　(5)　$g_1(x) \cdot g_2(x)$　　(6)　$f_1(x) \cdot g_1(x)$

(7)　$f_1(x) + f_2(x)$　　(8)　$g_1(x) + g_2(x)$　　(9)　$f_1(x) + g_1(x)$

(10)　$f_1(x) \cdot h_1(x)$　　(11)　$g_1(x) + h_1(x)$　　(12)　$h_1(x) \cdot h_2(x)$

3. 次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③を書け．

（ S 級 1 分，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

(1) $f(x) = x^3$

(2) $f(x) = x^2 - x$

(3) $f(x) = \sin x \cos x$

(4) $f(x) = x^5 - x^3 + x$

(5) $f(x) = \dfrac{1}{x^4} + \dfrac{1}{x}$

(6) $f(x) = \cos x \tan x$

(7) $f(x) = |x|$

(8) $f(x) = x^3 \log x$

(9) $f(x) = x^2 + \cos x$

(10) $f(x) = x \sin^2 x$

(11) $f(x) = \dfrac{\tan x}{x^4}$

(12) $f(x) = e^x \cos x \tan x$

(13) $f(x) = (\sin x + \tan x)^2$

(14) $f(x) = e^x + e^{-x}$

(15) $f(x) = \log |x|$

反射テスト　積分　定積分導入　奇関数と偶関数　01　解答解説

1.　原点に関して対称な関数を奇関数，y 軸に関して対称な関数を偶関数という．次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③を書け．（ S 級 12 秒，A 級 20 秒，B 級 30 秒，C 級 50 秒 ）

★ グラフをイメージする．

(1)　$f(x)=x$

①

(2)　$f(x)=x^2$

②

(3)　$f(x)=3$

②

(4)　$f(x)=x^4$

②

(5)　$f(x)=\dfrac{1}{x}$

①

(6)　$f(x)=\sin x$

①

(7)　$f(x)=\cos x$

②

(8)　$f(x)=\tan x$

①

(9)　$f(x)=\log x$

③

(10)　$f(x)=e^x$

③

2.　自然数 n に対して，$f_n(x)$ は奇関数，$g_n(x)$ は偶関数，$h_n(x)$ はどちらでもない関数とする．次の関数が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③，特定できない場合は④を書け．ただしどの関数も零関数ではないとする．つまり $f_n(x)\neq 0$，$g_n(x)\neq 0$，$h_n(x)\neq 0$ とする．（ S 級 40 秒，A 級 1 分，B 級 1 分 30 秒，C 級 3 分 ）

★奇関数（原点で対称な関数）　$f(x)=x^1$　をイメージする．　定義：あらゆる x に対して $f(x)=-f(-x)$
★偶関数（y 軸で対称な関数）　$g(x)=x^2$　をイメージする．　定義：あらゆる x に対して $f(x)=f(-x)$

☆ $y=0$ は奇関数でもあり，偶関数でもある．これを含めると特定できないので，ここでは除いた．
☆以下は定義を用いて証明できる．是非チャレンジしてほしい．

(1)　$2f_1(x)$

☆イメージで計算する．
$2\cdot x=2x$　⇒　奇関数①

(2)　$-g_1(x)$

$-1\cdot x^2=-x^2$　⇒　偶関数②

(3)　$f_1(x)-1$

$x-1$　⇒　どちらでもない③

(4)　$f_1(x)\cdot f_2(x)$

☆イメージで計算する．
$x\cdot x=x^2$　⇒　偶関数②

(5)　$g_1(x)\cdot g_2(x)$

$x^2\cdot x^2=x^4$　⇒　偶関数②

(6)　$f_1(x)\cdot g_1(x)$

$x\cdot x^2=x^3$　⇒　奇関数①

(7)　$f_1(x)+f_2(x)$

$x+x=2x$　⇒　奇関数①

(8)　$g_1(x)+g_2(x)$

$x^2+x^2=2x^2$　⇒　偶関数②

(9)　$f_1(x)+g_1(x)$

$x+x^2$　⇒　どちらでもない③

(10)　$f_1(x)\cdot h_1(x)$

どちらでもない③

(11)　$g_1(x)+h_1(x)$

どちらでもない③

(12)　$h_1(x)\cdot h_2(x)$

特定できない④
例えば，$x+1$ と $x-1$ はどちらも③．
しかし，積の x^2-1 は偶関数になる．
同様にして $h_1(x)+h_2(x)$ も④である
．

3.　次の関数 $f(x)$ が奇関数ならば①，偶関数ならば②，どちらでもない場合は③を書け．

（ S 級 1 分，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分，C 級 3 分 ）

(1)　$f(x) = x^3$

①

(2)　$f(x) = x^2 - x$

③

☆奇関数＋偶関数⇒どちらでもない

(3)　$f(x) = \sin x \cos x$

①

☆奇関数・偶関数⇒奇関数

(4)　$f(x) = x^5 - x^3 + x$

①

☆奇関数＋奇関数＋奇関数⇒奇関数
$(x + x + x = 3x \quad \Rightarrow \quad$ 奇関数$)$

(5)　$f(x) = \dfrac{1}{x^4} + \dfrac{1}{x}$

③

☆偶関数＋奇関数⇒③

(6)　$f(x) = \cos x \tan x$

①

☆偶関数・奇関数⇒奇関数

(7)　$f(x) = |x|$

②

☆ | 奇関数 | は偶関数

(8)　$f(x) = x^3 \log x$

③

(9)　$f(x) = x^2 + \cos x$

②

☆偶関数＋偶関数⇒偶関数

(10)　$f(x) = x \sin^2 x$

①

(11)　$f(x) = \dfrac{\tan x}{x^4}$

①

(12)　$f(x) = e^x \cos x \tan x$

③

(13)　$f(x) = (\sin x + \tan x)^2$

②

☆ (奇関数＋奇関数)^2
$(2x)^2 = 4x^2$

(14)　$f(x) = e^x + e^{-x}$

②

☆左右対称な関数同士の和は偶関数

(15)　$f(x) = \log|x|$

②

☆左右対称な関数同士の和は偶関数
☆グラフをイメージ