

## 反射テスト 積分 不定積分 部分積分法 02

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 20 秒,  $A$  級 2 分 40 秒,  $B$  級 4 分,  $C$  級 6 分 )

(1)  $\int x \sin 2x \, dx$

(2)  $\int x^2 e^x \, dx$

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 50 秒,  $A$  級 3 分 40 秒,  $B$  級 5 分 30 秒,  $C$  級 8 分 )

(1)  $\int x \cos(3x - 1) dx$

(2)  $\int x^3 e^x dx$

## 反射テスト 積分 不定積分 部分積分法 02 解答解説

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 20 秒,  $A$  級 2 分 40 秒,  $B$  級 4 分,  $C$  級 6 分 )

★ 部分積分法  $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$

☆積の導関数の逆算にあたる.

$$\begin{aligned}(1) \quad & \int x \sin 2x dx \\ &= \int x \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right)' dx \\ &= x \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) - \int (x)' \cdot \left(-\frac{1}{2} \cos 2x\right) dx \\ &= -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{2} \int \cos 2x dx \\ &= -\frac{1}{2} x \cos 2x + \frac{1}{4} \sin 2x + C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \int x^2 e^x dx \\ &= \int x^2 \cdot (e^x)' dx \\ &= x^2 e^x - \int (x^2)' \cdot e^x dx \\ &= x^2 e^x - 2 \int x e^x dx \\ &= x^2 e^x - 2 \left\{ x e^x - \int (x)' e^x dx \right\} \\ &= x^2 e^x - 2 \left( x e^x - \int e^x dx \right) \\ &= x^2 e^x - 2(x e^x - e^x + C_1) \\ &= x^2 e^x - 2x e^x + 2e^x + C \leftarrow \star\end{aligned}$$

☆  $-2C_1$  は定数であるから,  $C$  と置き換えて問題ない.

☆部分積分法を 2 回用いる場合もあるということ.

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 50 秒,  $A$  級 3 分 40 秒,  $B$  級 5 分 30 秒,  $C$  級 8 分 )

$$\begin{aligned}(1) \quad & \int x \cos(3x - 1) dx \\ &= \int x \cdot \left\{ \frac{1}{3} \sin(3x - 1) \right\}' dx \\ &= x \cdot \frac{1}{3} \sin(3x - 1) - \int (x)' \cdot \frac{1}{3} \sin(3x - 1) dx \\ &= \frac{1}{3} x \sin(3x - 1) - \frac{1}{3} \int \sin(3x - 1) dx \\ &= \frac{1}{3} x \sin(3x - 1) + \frac{1}{9} \cos(3x - 1) + C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \int x^3 e^x dx \\ &= \int x^3 \cdot (e^x)' dx \\ &= x^3 e^x - \int (x^3)' \cdot e^x dx \\ &= x^3 e^x - 3 \int x^2 e^x dx \\ &= x^3 e^x - 3 \left\{ x^2 e^x - \int (x^2)' e^x dx \right\} \\ &= x^3 e^x - 3 \left( x^2 e^x - 2 \int x e^x dx \right) \\ &= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6 \left( x e^x - \int (x)' e^x dx \right) \\ &= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6 \int e^x dx \\ &= x^3 e^x - 3x^2 e^x + 6x e^x - 6e^x + C\end{aligned}$$

☆部分積分法を 3 回用いている.