

## 反射テスト 積分 不定積分 部分積分法 01

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 20 秒,  $A$  級 2 分 40 秒,  $B$  級 4 分,  $C$  級 6 分 )

(1)  $\int x e^x dx$

(2)  $\int x \cos x dx$

(3)  $\int x \log x dx$

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 2 分,  $A$  級 3 分 40 秒,  $B$  級 5 分 30 秒,  $C$  級 8 分 )

(1)  $\int (2x - 3)e^x dx$

(2)  $\int x \sin x dx$

(3)  $\int (x + 1) \log x dx$

# 反射テスト 積分 不定積分 部分積分法 01 解答解説

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 1 分 20 秒,  $A$  級 2 分 40 秒,  $B$  級 4 分,  $C$  級 6 分 )

★ 部分積分法  $\int f(x)g'(x) dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x) dx$

☆積の導関数の逆算にあたる.

$$\begin{aligned}(1) \quad & \int x e^x dx \\ &= \int x \cdot (e^x)' dx \\ &= x e^x - \int (x)' \cdot e^x dx \\ &= x e^x - \int e^x dx \\ &= x e^x - e^x + C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \int x \cos x dx \\ &= \int x \cdot (\sin x)' dx \\ &= x \sin x - \int (x)' \cdot \sin x dx \\ &= x \sin x - \int \sin x dx \\ &= x \sin x - (-\cos x) + C \\ &= x \sin x + \cos x + C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \int x \log x dx \\ &= \int \left(\frac{1}{2}x^2\right)' \cdot \log x dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 \cdot \log x - \int \frac{1}{2}x^2 \cdot (\log x)' dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 \log x - \int \frac{1}{2}x^2 \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{2} \int x dx \\ &= \frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}x^2 + C \\ &= \frac{1}{2}x^2 \log x - \frac{1}{4}x^2 + C\end{aligned}$$

☆これだけが  $x$  の部分から攻める.

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は  $C$  を用いること. (  $S$  級 2 分,  $A$  級 3 分 40 秒,  $B$  級 5 分 30 秒,  $C$  級 8 分 )

$$\begin{aligned}(1) \quad & \int (2x - 3)e^x dx \\ &= \int (2x - 3) \cdot (e^x)' dx \\ &= (2x - 3)e^x - \int (2x - 3)' \cdot e^x dx \\ &= (2x - 3)e^x - \int 2e^x dx \\ &= (2x - 3)e^x - 2 \int e^x dx \\ &= (2x - 3)e^x - 2e^x + C \\ &= \mathbf{(2x - 5)e^x + C}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad & \int x \sin x dx \\ &= \int x \cdot (-\cos x)' dx \\ &= x \cdot (-\cos x) - \int (x)' \cdot (-\cos x) dx \\ &= -x \cos x + \int \cos x dx \\ &= \mathbf{-x \cos x + \sin x + C}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad & \int (x + 1) \log x dx \\ &= \int \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right)' \cdot \log x dx \\ &= \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \cdot \log x - \int \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \cdot (\log x)' dx \\ &= \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \log x - \int \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \cdot \frac{1}{x} dx \\ &= \left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \log x - \int \left( \frac{1}{2}x + 1 \right) dx \\ &= \mathbf{\left( \frac{1}{2}x^2 + x \right) \log x - \frac{1}{4}x^2 - x + C}\end{aligned}$$

☆別解

$$\text{与式} = \int \left( \frac{1}{2}(x + 1)^2 \right)' \cdot \log x dx$$

これでも答えは同じものが出る. ただし, 最後の変形で同類項をまとめるときに,

$$\text{問題文の } \log x \Rightarrow x > 0 \Rightarrow |x| = x$$

であることに注意が必要.