

反射テスト 積分 置換積分法 03

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1)
$$\int \frac{\tan^3 x}{\cos^2 x} dx$$

(2)
$$\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

(1)
$$\int \frac{\tan^4 x}{\cos^2 x} dx$$

(2)
$$\int \frac{1}{x(\log x)^2} dx$$

反射テスト 積分 置換積分法 03 解答解説

1. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

★ 置換積分法

$$\textcircled{1} \quad t = g(x) \text{ とすると, } dt = g'(x)dx$$

$$\int f(g(x))g'(x) dx = \int f(t) dt$$

$$\textcircled{2} \quad x = \phi(t) \text{ とすると, } dx = \phi'(t)dt$$

$$\int f(x) dx = \int f(\phi(t))\phi'(t) dt$$

☆何を t とおくかが鍵になる. いろいろな問題を通して, その勘を養おう.

$$(1) \quad \int \frac{\tan^3 x}{\cos^2 x} dx$$

$t = \tan x$ とおくと,

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{dx}{\cos^2 x} = dt$$

$$\text{与式} = \int t^3 dt$$

$$= \frac{1}{4}t^4 + C$$

$$= \frac{1}{4} \tan^4 x + C \quad \dots\text{答え}$$

$$\star \int \frac{\tan^n x}{\cos^2 x} dx = -\frac{1}{n+1} \tan^{n+1} x + C$$

☆ $t = \tan x$ とおいて, 置換積分法を用いれば確かめることができる.

$$(2) \quad \int \frac{(\log x)^2}{x} dx$$

$t = \log x$ とおくと,

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = dt$$

$$\text{与式} = \int (\log x)^2 \cdot \frac{dx}{x}$$

$$= \int t^2 dt$$

$$= \frac{1}{3}t^3 + C$$

$$= \frac{1}{3} (\log x)^3 + C \quad \dots\text{答え}$$

2. 次の不定積分を計算せよ. ただし積分定数は C を用いること. (S 級 40 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 3 分, C 級 5 分)

$$(1) \int \frac{\tan^4 x}{\cos^2 x} dx$$

$t = \tan x$ とおくと,

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x} \Leftrightarrow \frac{dx}{\cos^2 x} = dt$$

$$\text{与式} = \int t^4 dt$$

$$= \frac{1}{5} t^5 + C$$

$$= \frac{1}{5} \tan^5 x + C \quad \cdots \text{答え}$$

$$\star \int \frac{\tan^n x}{\cos^2 x} dx = -\frac{1}{n+1} \tan^{n+1} x + C$$

☆ $t = \tan x$ とおいて, 置換積分法を用いれば確かめることができる.

$$(2) \int \frac{1}{x(\log x)^2} dx$$

$t = \log x$ とおくと,

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow \frac{dx}{x} = dt$$

$$\text{与式} = \int \frac{1}{(\log x)^2} \cdot \frac{dx}{x}$$

$$= \int t^{-2} dt$$

$$= -t^{-1} + C$$

$$= -\frac{1}{\log x} + C \quad \cdots \text{答え}$$