反射テスト　曲線　極座標と直交座標の変換　01

1.　極座標は直交座標に, 直交座標は極座標にせよ.（ S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 30 秒 ）

(1)　極座標 $\left(2, \dfrac{\pi}{4}\right)$

(2)　直交座標 $(3, \sqrt{3})$

(3)　極座標 $(5, 0)$

(4)　直交座標 $(0, 3)$

(5)　極座標 $\left(6, \dfrac{11}{6}\pi\right)$

(6)　直交座標 $(-1, -\sqrt{3})$

2. 極座標は直交座標に, 直交座標は極座標にせよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 ）

(1) 極座標 $\left(1, \dfrac{\pi}{3}\right)$

(2) 直交座標 $(-\sqrt{6}, \sqrt{2})$

(3) 極座標 $(7, \pi)$

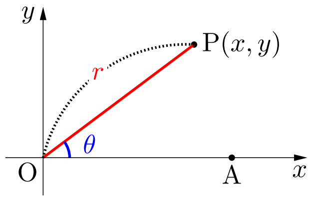
(4) 直交座標 $(0, -10)$

(5) 極座標 $\left(\sqrt{12}, \dfrac{7}{6}\pi\right)$

(6) 直交座標 $(\sqrt{6}, -3\sqrt{2})$

反射テスト　曲線　極座標と直交座標の変換　01　解答解説

1.　極座標は直交座標に，直交座標は極座標にせよ．（ S 級 1 分 10 秒，A 級 1 分 30 秒，B 級 2 分，C 級 2 分 30 秒 ）



★ 極座標 (r, θ)

半直線 OA を**始線**といい，$\angle\mathrm{POA} = \theta$ とする．このとき，座標平面上のあらゆる点 P を，OP の長さ r と θ で表すことができる．これを座標として考えたものが，**極座標** (r, θ) である．

r を**動径**，θ を**偏角**，点 O を極（原点）という．$r \geqq 0$ であり，$r = 0$ の時は偏角は決まらない．

★ 極座標 (r, θ) と直交座標 (x, y) の関係式

$\boldsymbol{r = \sqrt{x^2 + y^2}}$　　$\boldsymbol{x = r\cos\theta}$　　$\boldsymbol{y = r\sin\theta}$　（ ただし $r \geqq 0$ かつ $0 \leqq \theta < 2\pi$ ）

(1)　極座標 $\left(2, \dfrac{\pi}{4}\right)$

x 座標　…　$2\cos\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

y 座標　…　$2\sin\frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

直交座標 $\boldsymbol{(\sqrt{2}, \sqrt{2})}$

(2)　直交座標 $(3, \sqrt{3})$

$r = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = 2\sqrt{3}$

よって，

$\cos\theta = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$

ゆえに，　$\theta = \frac{\pi}{6}$

極座標 $\boldsymbol{\left(2\sqrt{3}, \dfrac{\pi}{6}\right)}$

(3)　極座標 $(5, 0)$

x 座標　…　$5\cos 0 = 5 \cdot 1 = 5$

y 座標　…　$5\sin 0 = 5 \cdot 0 = 0$

直交座標 $\boldsymbol{(5, 0)}$

(4)　直交座標 $(0, 3)$

$r = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$

よって，

$\cos\theta = \frac{0}{3} = 0$

$\sin\theta = \frac{3}{3} = 1$

ゆえに，$\theta = \frac{\pi}{2}$

極座標 $\boldsymbol{\left(3, \dfrac{\pi}{2}\right)}$

(5)　極座標 $\left(6, \dfrac{11}{6}\pi\right)$

x 座標　…　$6\cos\frac{11}{6}\pi = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

y 座標　…　$6\sin\frac{11}{6}\pi = 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -3$

直交座標 $\boldsymbol{(3\sqrt{3}, -3)}$

(6)　直交座標 $(-1, -\sqrt{3})$

$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$

よって，

$\cos\theta = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ゆえに，$\theta = \frac{4}{3}\pi$

極座標 $\boldsymbol{\left(2, \dfrac{4}{3}\pi\right)}$

2. 極座標は直交座標に, 直交座標は極座標にせよ.（ S 級 1 分 30 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 ）

(1) 極座標 $\left(1, \dfrac{\pi}{3}\right)$

x 座標 $\cdots$ $1\cos\frac{\pi}{3} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

y 座標 $\cdots$ $1\sin\frac{\pi}{3} = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

直交座標 $\boldsymbol{\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)}$

(2) 直交座標 $(-\sqrt{6}, \sqrt{2})$

$r = \sqrt{(-\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$

よって,

$\cos\theta = \frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$

ゆえに, $\theta = \frac{5}{6}\pi$

極座標 $\boldsymbol{\left(2\sqrt{2}, \dfrac{5}{6}\pi\right)}$

(3) 極座標 $(7, \pi)$

x 座標 $\cdots$ $7\cos\pi = 7 \cdot (-1) = -7$

y 座標 $\cdots$ $7\sin\pi = 7 \cdot 0 = 0$

直交座標 $\boldsymbol{(-7, 0)}$

(4) 直交座標 $(0, -10)$

$r = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = 10$

よって,

$\cos\theta = \frac{0}{10} = 0$

$\sin\theta = \frac{-10}{10} = -1$

ゆえに, $\theta = \frac{3}{2}\pi$

極座標 $\boldsymbol{\left(10, \dfrac{3}{2}\pi\right)}$

(5) 極座標 $\left(\sqrt{12}, \dfrac{7}{6}\pi\right)$

x 座標 $\cdots$ $\sqrt{12}\cos\frac{7}{6}\pi = 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3$

y 座標 $\cdots$ $\sqrt{12}\sin\frac{7}{6}\pi = 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3}$

直交座標 $\boldsymbol{(-3, -\sqrt{3})}$

(6) 直交座標 $(\sqrt{6}, -3\sqrt{2})$

$r = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (-3\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$

よって,

$\cos\theta = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$

$\sin\theta = \frac{-3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

ゆえに, $\theta = \frac{5}{3}\pi$

極座標 $\boldsymbol{\left(2\sqrt{6}, \dfrac{5}{3}\pi\right)}$