

反射テスト 曲線 極座標と直交座標の変換 01

1. 極座標は直交座標に, 直交座標は極座標にせよ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分, C 級 2 分 30 秒)

(1) 極座標 $\left(2, \frac{\pi}{4}\right)$

(2) 直交座標 $(3, \sqrt{3})$

(3) 極座標 $(5, 0)$

(4) 直交座標 $(0, 3)$

(5) 極座標 $\left(6, \frac{11}{6}\pi\right)$

(6) 直交座標 $(-1, -\sqrt{3})$

2. 極座標は直交座標に, 直交座標は極座標にせよ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分)

(1) 極座標 $\left(1, \frac{\pi}{3}\right)$

(2) 直交座標 $(-\sqrt{6}, \sqrt{2})$

(3) 極座標 $(7, \pi)$

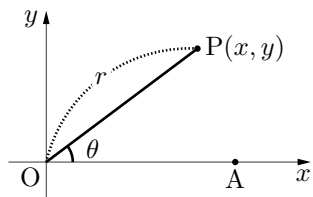
(4) 直交座標 $(0, -10)$

(5) 極座標 $\left(\sqrt{12}, \frac{7}{6}\pi\right)$

(6) 直交座標 $(\sqrt{6}, -3\sqrt{2})$

反射テスト 曲線 極座標と直角座標の変換 01 解答解説

1. 極座標は直角座標に、直角座標は極座標にせよ。(S級1分10秒, A級1分30秒, B級2分, C級2分30秒)



★ 極座標 (r, θ)

半直線 OA を始線といい, $\angle POA = \theta$ とする. このとき, 座標平面上のあらゆる点 P を, OP の長さ r と θ で表すことができる. これを座標として考えたのが, 極座標 (r, θ) である.

r を動径, θ を偏角, 点 O を極 (原点) という. $r \geq 0$ であり, $r = 0$ の時は偏角は決まらない.

★ 極座標 (r, θ) と直角座標 (x, y) の関係式

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad x = r \cos \theta \quad y = r \sin \theta \quad (\text{ただし } r \geq 0 \text{ かつ } 0 \leq \theta < 2\pi)$$

(1) 極座標 $(2, \frac{\pi}{4})$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow 2 \cos \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow 2 \sin \frac{\pi}{4} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

直角座標 $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$ …答え

(2) 直角座標 $(3, \sqrt{3})$

$$r = \sqrt{3^2 + \sqrt{3}^2} = 2\sqrt{3}$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{2}$$

ゆえに, $\theta = \frac{\pi}{6}$

極座標 $(2\sqrt{3}, \frac{\pi}{6})$ …答え

(3) 極座標 $(5, 0)$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow 5 \cos 0 = 5 \cdot 1 = 5$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow 5 \sin 0 = 5 \cdot 0 = 0$$

直角座標 $(5, 0)$ …答え

(4) 直角座標 $(0, 3)$

$$r = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{0}{3} = 0$$

$$\sin \theta = \frac{3}{3} = 1$$

ゆえに, $\theta = \frac{\pi}{2}$

極座標 $(3, \frac{\pi}{2})$ …答え

(5) 極座標 $(6, \frac{11}{6}\pi)$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow 6 \cos \frac{11}{6}\pi = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow 6 \sin \frac{11}{6}\pi = 6 \cdot (-\frac{1}{2}) = -3$$

直角座標 $(3\sqrt{3}, -3)$ …答え

(6) 直角座標 $(-1, -\sqrt{3})$

$$r = \sqrt{(-1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

ゆえに, $\theta = \frac{4}{3}\pi$

極座標 $(2, \frac{4}{3}\pi)$ …答え

2. 極座標は直交座標に、直交座標は極座標にせよ。(S級1分30秒, A級1分50秒, B級2分20秒, C級3分)

(1) 極座標 $\left(1, \frac{\pi}{3}\right)$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow 1 \cos \frac{\pi}{3} = 1 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow 1 \sin \frac{\pi}{3} = 1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{直交座標} \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \quad \cdots \text{答え}$$

(2) 直交座標 $(-\sqrt{6}, \sqrt{2})$

$$r = \sqrt{(-\sqrt{6})^2 + (\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{ゆえに, } \theta = \frac{5}{6}\pi$$

$$\text{極座標} \left(2\sqrt{2}, \frac{5}{6}\pi\right) \quad \cdots \text{答え}$$

(3) 極座標 $(7, \pi)$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow 7 \cos \pi = 7 \cdot (-1) = -7$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow 7 \sin \pi = 7 \cdot 0 = 0$$

$$\text{直交座標} (-7, 0) \quad \cdots \text{答え}$$

(4) 直交座標 $(0, -10)$

$$r = \sqrt{0^2 + (-10)^2} = 10$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{0}{10} = 0$$

$$\sin \theta = \frac{-10}{10} = -1$$

$$\text{ゆえに, } \theta = \frac{3}{2}\pi$$

$$\text{極座標} \left(10, \frac{3}{2}\pi\right) \quad \cdots \text{答え}$$

(5) 極座標 $\left(\sqrt{12}, \frac{7}{6}\pi\right)$

$$x \text{ 座標} \Rightarrow \sqrt{12} \cos \frac{7}{6}\pi = 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -3$$

$$y \text{ 座標} \Rightarrow \sqrt{12} \sin \frac{7}{6}\pi = 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -\sqrt{3}$$

$$\text{直交座標} (-3, -\sqrt{3}) \quad \cdots \text{答え}$$

(6) 直交座標 $(\sqrt{6}, -3\sqrt{2})$

$$r = \sqrt{(\sqrt{6})^2 + (-3\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{6}$$

よって,

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{1}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{-3\sqrt{2}}{2\sqrt{6}} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ゆえに, } \theta = \frac{5}{3}\pi$$

$$\text{極座標} \left(2\sqrt{6}, \frac{5}{3}\pi\right) \quad \cdots \text{答え}$$