反射テスト　曲線　放物線　01

1.　次の放物線の焦点の座標，準線の方程式を求めよ．(S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 10 分)

(1)　$y^2 = 12x$

(2)　$y = -\dfrac{1}{2}x^2$

(3)　$x^2 - 6x + 3y = 0$

(4)　$(x+2)^2 = x^2 + (y-3)^2$

2. 次の放物線の焦点の座標，準線の方程式を求めよ．（ S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 10 分 ）

(1) $y^2 = -24x$

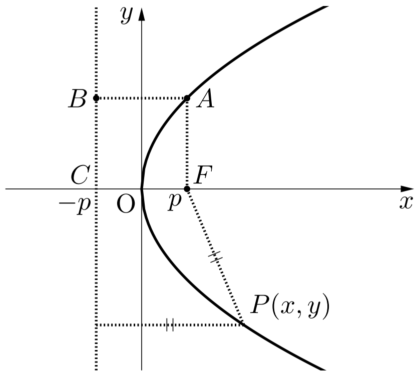
(2) $x^2 = -y + 1$

(3) $2x + y^2 - 4y + 2 = 0$

(4) $2(x+1)^2 + y^2 = (y+3)^2$

反射テスト　曲線　放物線　01　解答解説

1.　次の放物線の焦点の座標，準線の方程式を求めよ．(S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 10 分)



★ 横向きの放物線の方程式

x 軸上の定点 $F(p,0)$，直線 $x=-p$ に対して，

点 P と直線 $y=-p$ との距離が，線分 PF と等しい動点 $P(x,y)$ の軌跡の方程式は，

$\boldsymbol{y^2=4px}$　と表すことができる．(頂点〜原点)

このとき，$F(p,0)$ を焦点といい，直線 $x=-p$ を準線という．

☆イメージ　左図の $FABC$ が正方形になる．

★縦向きの放物線の方程式　$\boldsymbol{x^2=4py}$　⇔　焦点 $P(0,p)$，準線 $y=-p$ の放物線

(1)　$y^2=12x$

y の 2 次式，x の 1 次式　⇒　横向きの放物線

$y^2=4px$　と対応させて，$4p=12$

⇒　$p=3$

焦点の座標は，$\boldsymbol{(3,0)}$　**…答え**

準線の方程式は，$\boldsymbol{x=-3}$　**…答え**

(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2$

⇔　$x^2=-2y$

x の 2 次式，y の 1 次式　⇒　縦向きの放物線

$x^2=4py$　と対応させて，$4p=-2$

⇒　$p=-\frac{1}{2}$

焦点の座標は，$\boldsymbol{\left(0,-\dfrac{1}{2}\right)}$　**…答え**

準線の方程式は，$y=-\left(-\frac{1}{2}\right)$　⇒　$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}}$　**…答え**

(3)　$x^2-6x+3y=0$

⇔　$(x-3)^2=-3y+9$　←☆平方完成

⇔　$(x-3)^2=-3(y-3)$　…①

⇒　$x^2=-3y$　…②

x の 2 次式，y の 1 次式　⇒　縦向きの放物線

$x^2=4py$　と対応させて，$4p=-3$　⇒　$p=-\frac{3}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向 } +3 \\ y \text{ 軸方向 } +3 \end{cases}$ 平行移動したもの

②の焦点 $(0,-\frac{3}{4})$ も平行移動して，①の焦点 $(0+3,-\frac{3}{4}+3)$

⇒　焦点 $\boldsymbol{\left(3,\dfrac{9}{4}\right)}$　**…答え**

②の準線 $y=\frac{3}{4}$ も平行移動　⇒　$y=\frac{3}{4}+3$

⇒　①の準線 $\boldsymbol{y=\dfrac{15}{4}}$　**…答え**

(4)　$(x+2)^2=x^2+(y-3)^2$

⇔　$x^2+4x+4=x^2+(y-3)^2$

⇔　$(y-3)^2=4(x+1)$　…①

⇒　$y^2=4x$　…②

y の 2 次式，x の 1 次式　⇒　横向きの放物線

$y^2=4px$　と対応させて，$4p=4$　⇒　$p=1$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向 } -1 \\ y \text{ 軸方向 } +3 \end{cases}$ 平行移動したもの

②の焦点 $(1,0)$ も平行移動して，①の焦点 $(1-1,0+3)$

⇒　焦点 $\boldsymbol{(0,3)}$　**…答え**

②の準線 $x=-1$ も平行移動　⇒　$x=-1-1$

⇒　①の準線 $\boldsymbol{x=-2}$　**…答え**

2. 次の放物線の焦点の座標，準線の方程式を求めよ．(S 級 2 分 30 秒，A 級 5 分，B 級 7 分，C 級 10 分)

(1) $y^2 = -24x$

y の 2 次式，x の 1 次式 $\Rightarrow$ 横向きの放物線
$y^2 = 4px$ と対応させて，$4p = -24$
$\Rightarrow \quad p = -6$

焦点の座標は，$\boldsymbol{(-6, 0)}$ **…答え**
準線の方程式は，$x = -(-6)$
$\Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 6}$ **…答え**

(2) $x^2 = -y + 1$

$\Leftrightarrow \quad x^2 = -(y-1) \quad \cdots①$
$\Rightarrow \quad x^2 = -y \quad \cdots②$
x の 2 次式，y の 1 次式 $\Rightarrow$ 縦向きの放物線
$x^2 = 4py$ と対応させて，$4p = -1$
$\Rightarrow \quad p = -\frac{1}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} \pm 0 \\ y \text{ 軸方向} + 1 \end{cases}$ 平行移動したもの
②の焦点 $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ も平行移動して，①の焦点 $\left(0, -\frac{1}{4} + 1\right)$
$\Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(0, \frac{3}{4}\right)}$ **…答え**

②の準線 $y = -\left(-\frac{1}{4}\right)$ も平行移動 $\Rightarrow \quad y = \frac{1}{4} + 1$
$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{y = \frac{5}{4}}$ **…答え**

(3) $2x + y^2 - 4y + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (y-2)^2 = -2x + 2$ ←☆平方完成
$\Leftrightarrow \quad (y-2)^2 = -2(x-1) \quad \cdots①$
$\Rightarrow \quad y^2 = -2x \quad \cdots②$
y の 2 次式，x の 1 次式 $\Rightarrow$ 横向きの放物線
$y^2 = 4px$ と対応させて，$4p = -2 \quad \Rightarrow \quad p = -\frac{1}{2}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} + 1 \\ y \text{ 軸方向} + 2 \end{cases}$ 平行移動したもの
②の焦点 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ も平行移動して，
①の焦点 $\left(-\frac{1}{2} + 1, 0 + 2\right) \quad \Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(\frac{1}{2}, 2\right)}$ **…答え**

②の準線 $x = \frac{1}{2}$ も平行移動 $\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} + 1$
$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$ **…答え**

(4) $2(x+1)^2 + y^2 = (y+3)^2$

$\Leftrightarrow \quad 2(x+1)^2 + y^2 = y^2 + 6y + 9$
$\Leftrightarrow \quad (x+1)^2 = 3\left(y + \frac{3}{2}\right) \quad \cdots①$
$\Rightarrow \quad x^2 = 3y \quad \cdots②$
x の 2 次式，y の 1 次式 $\Rightarrow$ 縦向きの放物線
$x^2 = 4py$ と対応させて，$4p = 3 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{3}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} - 1 \\ y \text{ 軸方向} - \frac{3}{2} \end{cases}$ 平行移動したもの
②の焦点 $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ も平行移動して，①の焦点 $\left(0 - 1, \frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right)$
$\Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(-1, -\frac{3}{4}\right)}$ **…答え**

②の準線 $y = -\frac{3}{4}$ も平行移動 $\Rightarrow \quad y = -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}$
$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{y = -\frac{9}{4}}$ **…答え**