# 反射テスト　曲線　放物線　01

**1.**　次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求めよ.（ $S$ 級 2 分 30 秒, $A$ 級 5 分, $B$ 級 7 分, $C$ 級 10 分 ）

(1)　$y^2 = 12x$

(2)　$y = -\frac{1}{2}x^2$

(3)　$x^2 - 6x + 3y = 0$

(4)　$(x+2)^2 = x^2 + (y-3)^2$

**2.** 次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求めよ.（ $S$ 級 2 分 30 秒, $A$ 級 5 分, $B$ 級 7 分, $C$ 級 10 分 ）

(1) $y^2 = -24x$

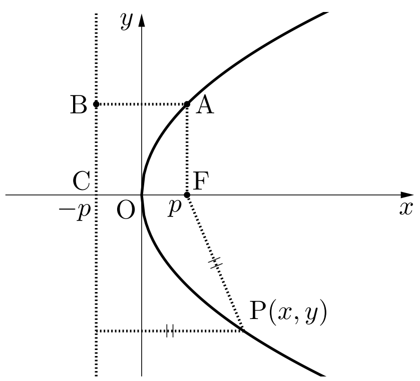
(2) $x^2 = -y + 1$

(3) $2x + y^2 - 4y + 2 = 0$

(4) $2(x+1)^2 + y^2 = (y+3)^2$

# 反射テスト　曲線　放物線　01　解答解説

**1.**　次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求めよ.（ $S$ 級 2 分 30 秒, $A$ 級 5 分, $B$ 級 7 分, $C$ 級 10 分 ）




**★ 横向きの放物線の方程式**

$x$ 軸上の定点 $\mathrm{F}(p, 0)$ , 直線 $x=-p$ に対して,
点 P と直線 $y=-p$ との距離が, 線分 PF と等しい動点 $\mathrm{P}(x, y)$ の軌跡の方程式は,
$\boldsymbol{y^2=4px}$ と表すことができる.（頂点〜原点）

このとき, $\mathrm{F}(p, 0)$ を焦点といい, 直線 $x=-p$ を準線という.
☆イメージ　左図の FABC が正方形になる.

**★縦向きの放物線の方程式**　$\boldsymbol{x^2=4py}$　$\Leftrightarrow$　焦点 $\mathrm{P}(0, p)$ , 準線 $y=-p$ の放物線

(1)　$y^2=12x$

$y$ の 2 次式, $x$ の 1 次式　$\Rightarrow$　横向きの放物線
$y^2=4px$　と対応させて, $4p=12$
$\Rightarrow$　$p=3$

焦点の座標は, $\boldsymbol{(3, 0)}$　**…答え**
準線の方程式は, $\boldsymbol{x=-3}$　**…答え**

(2)　$y=-\dfrac{1}{2}x^2$

$\Leftrightarrow$　$x^2=-2y$
$x$ の 2 次式, $y$ の 1 次式　$\Rightarrow$　縦向きの放物線
$x^2=4py$　と対応させて, $4p=-2$
$\Rightarrow$　$p=-\frac{1}{2}$

焦点の座標は, $\boldsymbol{\left(0, -\dfrac{1}{2}\right)}$　**…答え**
準線の方程式は, $y=-\left(-\frac{1}{2}\right)$　$\Rightarrow$　$\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}}$　**…答え**

(3)　$x^2-6x+3y=0$

$\Leftrightarrow$　$(x-3)^2=-3y+9$　←☆平方完成
$\Leftrightarrow$　$(x-3)^2=-3(y-3)$　…①
$\Rightarrow$　$x^2=-3y$　…②
$x$ の 2 次式, $y$ の 1 次式　$\Rightarrow$　縦向きの放物線
$x^2=4py$　と対応させて, $4p=-3$　$\Rightarrow$　$p=-\frac{3}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} +3 \\ y \text{ 軸方向} +3 \end{cases}$ 平行移動したもの
②の焦点 $(0, -\frac{3}{4})$ も平行移動して, ①の焦点 $(0+3, -\frac{3}{4}+3)$
$\Rightarrow$　焦点 $\boldsymbol{\left(3, \dfrac{9}{4}\right)}$　**…答え**

②の準線 $y=\frac{3}{4}$ も平行移動　$\Rightarrow$　$y=\frac{3}{4}+3$
$\Rightarrow$　①の準線 $\boldsymbol{y=\dfrac{15}{4}}$　**…答え**

(4)　$(x+2)^2=x^2+(y-3)^2$

$\Leftrightarrow$　$x^2+4x+4=x^2+(y-3)^2$
$\Leftrightarrow$　$(y-3)^2=4(x+1)$　…①
$\Rightarrow$　$y^2=4x$　…②
$y$ の 2 次式, $x$ の 1 次式　$\Rightarrow$　横向きの放物線
$y^2=4px$　と対応させて, $4p=4$　$\Rightarrow$　$p=1$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} -1 \\ y \text{ 軸方向} +3 \end{cases}$ 平行移動したもの
②の焦点 $(1, 0)$ も平行移動して, ①の焦点 $(1-1, 0+3)$
$\Rightarrow$　焦点 $\boldsymbol{(0, 3)}$　**…答え**

②の準線 $x=-1$ も平行移動　$\Rightarrow$　$x=-1-1$
$\Rightarrow$　①の準線 $\boldsymbol{x=-2}$　**…答え**

**2.** 次の放物線の焦点の座標, 準線の方程式を求めよ.（ $S$ 級 2 分 30 秒, $A$ 級 5 分, $B$ 級 7 分, $C$ 級 10 分 ）

(1) $y^2 = -24x$

$y$ の 2 次式, $x$ の 1 次式 $\Rightarrow$ 横向きの放物線

$y^2 = 4px$ と対応させて, $4p = -24$

$\Rightarrow \quad p = -6$

焦点の座標は, $\boldsymbol{(-6, 0)}$ **…答え**

準線の方程式は, $x = -(-6)$

$\Rightarrow \quad \boldsymbol{x = 6}$ **…答え**

(2) $x^2 = -y + 1$

$\Leftrightarrow \quad x^2 = -(y-1) \quad \cdots$①

$\Rightarrow \quad x^2 = -y \quad \cdots$②

$x$ の 2 次式, $y$ の 1 次式 $\Rightarrow$ 縦向きの放物線

$x^2 = 4py$ と対応させて, $4p = -1$

$\Rightarrow \quad p = -\frac{1}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} \pm 0 \\ y \text{ 軸方向} + 1 \end{cases}$ 平行移動したもの

②の焦点 $\left(0, -\frac{1}{4}\right)$ も平行移動して, ①の焦点 $\left(0, -\frac{1}{4} + 1\right)$

$\Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(0, \frac{3}{4}\right)}$ **…答え**

②の準線 $y = -\left(-\frac{1}{4}\right)$ も平行移動 $\Rightarrow \quad y = \frac{1}{4} + 1$

$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{y = \frac{5}{4}}$ **…答え**

(3) $2x + y^2 - 4y + 2 = 0$

$\Leftrightarrow \quad (y-2)^2 = -2x + 2 \quad$ ←☆平方完成

$\Leftrightarrow \quad (y-2)^2 = -2(x-1) \quad \cdots$①

$\Rightarrow \quad y^2 = -2x \quad \cdots$②

$y$ の 2 次式, $x$ の 1 次式 $\Rightarrow$ 横向きの放物線

$y^2 = 4px$ と対応させて, $4p = -2 \quad \Rightarrow \quad p = -\frac{1}{2}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} + 1 \\ y \text{ 軸方向} + 2 \end{cases}$ 平行移動したもの

②の焦点 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ も平行移動して,

①の焦点 $\left(-\frac{1}{2} + 1, 0 + 2\right) \quad \Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(\frac{1}{2}, 2\right)}$ **…答え**

②の準線 $x = \frac{1}{2}$ も平行移動 $\Rightarrow \quad x = \frac{1}{2} + 1$

$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{x = \frac{3}{2}}$ **…答え**

(4) $2(x+1)^2 + y^2 = (y+3)^2$

$\Leftrightarrow \quad 2(x+1)^2 + y^2 = y^2 + 6y + 9$

$\Leftrightarrow \quad (x+1)^2 = 3\left(y + \frac{3}{2}\right) \quad \cdots$①

$\Rightarrow \quad x^2 = 3y \quad \cdots$②

$x$ の 2 次式, $y$ の 1 次式 $\Rightarrow$ 縦向きの放物線

$x^2 = 4py$ と対応させて, $4p = 3 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{3}{4}$

放物線①は放物線②を $\begin{cases} x \text{ 軸方向} - 1 \\ y \text{ 軸方向} - \frac{3}{2} \end{cases}$ 平行移動したもの

②の焦点 $\left(0, \frac{3}{4}\right)$ も平行移動して, ①の焦点 $\left(0 - 1, \frac{3}{4} - \frac{3}{2}\right)$

$\Rightarrow$ 焦点 $\boldsymbol{\left(-1, -\frac{3}{4}\right)}$ **…答え**

②の準線 $y = -\frac{3}{4}$ も平行移動 $\Rightarrow \quad y = -\frac{3}{4} - \frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ ①の準線 $\boldsymbol{y = -\frac{9}{4}}$ **…答え**