

反射テスト 極限 いろいろ 01

1. 次の極限值を求めよ。(S級1分30秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{\log_2(x-1) - \log_2(x^2-1)\}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10^x}{1+10^x}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x$$

2. 次の極限值を求めよ。(S級1分30秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x)}{\sin 3x}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow -1} \{\log_2(1-x^2) - \log_2(1+x)\}$$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1}}{3-3^x}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

反射テスト 極限 いろいろ 01 解答解説

1. 次の極限值を求めよ。(S級1分30秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \cdot \frac{2x}{\sin 2x} \cdot \frac{1}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right) \cdot \lim_{2x \rightarrow 0} \left(\frac{2x}{\sin 2x} \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \\ &= \frac{1}{2} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \{ \log_2(x-1) - \log_2(x^2-1) \}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow 1} \log_2 \frac{x-1}{x^2-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \log_2 \frac{1}{x+1} \\ &= \log_2 \frac{1}{2} \\ &= -1 \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

$$(3) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10^x}{1+10^x}$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{10^x}{10^x}}{\frac{1}{10^x} + \frac{10^x}{10^x}} \\ &= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\frac{1}{10^x} + 1} \\ &= 1 \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{x} \right)^x$$

$$\begin{aligned} &= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\frac{x}{2}} \right)^{\frac{x}{2}} \right\}^2 \\ &= \left[\lim_{\frac{x}{2} \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{\frac{x}{2}} \right)^{\frac{x}{2}} \right\} \right]^2 \\ &= e^2 \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★ネイピア数の定義 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$

2. 次の極限值を求めよ。(S級1分30秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

$$(1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(-x)}{\sin 3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin(-x)}{-x} \cdot \frac{3x}{\sin 3x} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \right\}$$

$$= -\frac{1}{3} \quad \dots \text{答え}$$

★公式 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$

$$(2) \lim_{x \rightarrow -1} \{ \log_2(1-x^2) - \log_2(1+x) \}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \log_2 \frac{1-x^2}{1+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \log_2(1-x)$$

$$= \log_2 2$$

$$= 1 \quad \dots \text{答え}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3^{x+1}}{3-3^x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3^{x+1}}{3^x}}{\frac{3}{3^x} - \frac{3^x}{3^x}}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{\frac{3}{3^x} - 1}$$

$$= -3 \quad \dots \text{答え}$$

$$(4) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left[\lim_{2x \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^{2x} \right\} \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$= \sqrt{e} \quad \dots \text{答え}$$

★ネイピア数の定義 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$