反射テスト　極限　数列　無限級数　無限等比級数　01

1. 次の計算をせよ.（ S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

（1） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

（2） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

（3） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

2. 次の計算をせよ.（ S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

（1） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

（2） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{n}$

（3） $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-2}$

反射テスト　極限　数列　無限級数　無限等比級数　01　解答解説

1.　次の計算をせよ.（ S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 ）

★ 無限級数

数列 $\{a_n\}$ の **無限級数** は, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$

また, $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ を, この無限級数の第 n 項までの **部分和** とよぶ. 無限級数は部分和の極限と言える.

★ **無限等比級数** 初項 a, 公比 r の数列 $\{a_n\}$ の無限等比級数は,

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \sum_{n=1}^{\infty} ar^{n-1} = a + ar + ar^2 + ar^3 + \cdots + ar^{n-1} + \cdots$$

ここで, $|r| < 1$ のとき, $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \lim_{n\to\infty} a \cdot \frac{1-r^n}{1-r} = \boldsymbol{\frac{a}{1-r}}$

（1）　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} 6 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \mathbf{12}$$

☆初項 6, 公比 $\dfrac{1}{2}$

（2）　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{n}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1-\frac{1}{2}}$$

$$= \mathbf{1}$$

☆初項 $\dfrac{1}{2}$, 公比 $\dfrac{1}{2}$

（3）　$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+1}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{2} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$

$$= \frac{4}{9} \cdot \frac{1}{1-\left(-\frac{2}{3}\right)}$$

$$= \boldsymbol{\frac{4}{15}}$$

☆初項 $\left(-\dfrac{2}{3}\right)^2$, 公比 $-\dfrac{2}{3}$

2. 次の計算をせよ.（ S 級 1 分 10 秒, A 級 1 分 50 秒, B 級 3 分, C 級 4 分 ）

(1) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} 6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} 6\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$
$$= 6\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$$
$$= \mathbf{9}$$

☆初項 6, 公比 $\dfrac{1}{3}$

(2) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{n}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5}\cdot\left(\frac{3}{5}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$
$$= \frac{3}{5}\cdot\frac{1}{1-\frac{3}{5}}$$
$$= \mathbf{\frac{3}{2}}$$

☆初項 $\dfrac{3}{5}$, 公比 $\dfrac{3}{5}$

(3) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{4}\right)^{n-2}$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}\cdot\left(-\frac{3}{4}\right)^{n-1} \quad \leftarrow ☆$$
$$= -\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{1-\left(-\frac{3}{4}\right)}$$
$$= \mathbf{-\frac{16}{21}}$$

☆初項 $\left(-\dfrac{3}{4}\right)^{-1}$, 公比 $-\dfrac{3}{4}$