

反射テスト 極限 数列 無限等比数列 01

1. 次の極限を求めよ。(S級 35秒, A級 50秒, B級 1分10秒, C級 1分30秒)

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} (1)^n$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^n}$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3^n}{3^n - 2^n}$$

2. 次の極限を求めよ。(S級 35秒, A級 50秒, B級 1分10秒, C級 1分30秒)

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{\pi}\right)^n$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{5}{7}\right)^n$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n$$

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} 6 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^n$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^{n+1}}{5^n}$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^n}{4^n - 2^n}$$

反射テスト 極限 数列 無限等比数列 01 解答解説

1. 次の極限を求めよ。(S級 35秒, A級 50秒, B級 1分10秒, C級 1分30秒)

★初項 a , 公比 r の無限等比数列 $a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^{n-1}, \dots$

★無限等比数列 $\{r^n\}$ の極限

$$\begin{cases} r > 1 & \text{のとき} & \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = \infty \\ r = 1 & \text{のとき} & \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 1 \\ |r| < 1 & \text{のとき} & \lim_{n \rightarrow \infty} r^n = 0 \\ r \leq 1 & \text{のとき} & \text{振動 (極限はない)} \end{cases}$$

(1) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4}{5}\right)^n$

$$\left|\frac{4}{5}\right| < 1 \text{ より,}$$

与式 = 0

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n$

$$-1 \leq -1 \text{ より,}$$

振動

(3) $\lim_{n \rightarrow \infty} (1)^n$

与式 = 1

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} 4 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$

$$= 4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$\left|\frac{1}{4}\right| < 1 \text{ より,}$$

与式 = $4 \cdot 0 = 0$

(5) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^n}{3^n}$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1 \right\} \leftarrow \star$$

= $0 + 1 = 1$

☆分母分子を 3^n で割った.

(6) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n + 3^n}{3^n - 2^n}$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^n + 1}{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n} \leftarrow \star$$

= ∞

☆分母分子を 3^n で割った.

2. 次の極限を求めよ。(S級 35秒, A級 50秒, B級 1分 10秒, C級 1分 30秒)

$$(1) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{\pi}\right)^n$$

$$\frac{5}{\pi} > 1 \text{ より,}$$

$$\text{与式} = \infty$$

$$(2) \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{5}{7}\right)^n$$

$$\left|-\frac{5}{7}\right| < 1 \text{ より,}$$

$$\text{与式} = \mathbf{0}$$

$$(3) \lim_{n \rightarrow \infty} (-2)^n$$

$$-2 < -1 \text{ より,}$$

振動

$$(4) \lim_{n \rightarrow \infty} 6 \cdot \left(-\frac{5}{6}\right)^n$$

$$= 6 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(-\frac{5}{6}\right)^n$$

$$\left|-\frac{5}{6}\right| < 1 \text{ より,}$$

$$\text{与式} = 6 \cdot 0 = \mathbf{0}$$

$$(5) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 5^{n+1}}{5^n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^n + 5 \right\} \leftarrow \star$$

$$= 0 + 5 = \mathbf{5}$$

☆分母分子を 5^n で割った.

$$5^{n+1} = 5 \cdot 5^n$$

$$(6) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^n + 3^n}{4^n - 2^n}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^n}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n} \leftarrow \star$$

$$= \frac{1+0}{1-0} = \mathbf{1}$$

☆分母分子を 4^n で割った.