

反射テスト 極限 定数の求値 02

1. 実数 a, b の値を求めよ. (S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - b}{x - a} = 6$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x}}{x - 1} = 3$$

2. 実数 a, b の値を求めよ. (S 級 3 分, A 級 4 分 20 秒, B 級 6 分, C 級 8 分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x + b}{x - a} = 9$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x+3}}{x-1} = 7$$

反射テスト 極限 定数の求値 02 解答解説

1. 実数 a, b の値を求めよ。(S 級 2 分, A 級 3 分, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

★ 収束する極限

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ が実数値に収束し、なおかつ $g(a) = 0$ になるとき、 $f(x) = 0$ である。

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - b}{x - a} = 6$$

$x = a$ のとき、分母 $x - a = 0$ であるから、分子も $x^2 - b = 0$ である。

$$a^2 - b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b = a^2$$

$$\therefore \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x + a)(x - a)}{x - a}$$

\therefore

$$= \lim_{x \rightarrow a} (x + a) = 2a$$

$$\therefore \quad 2a = 6 \quad \Leftrightarrow \quad a = 3 \quad \Rightarrow \quad b = a^2 = 3^2 = 9$$

$$\therefore \quad a = 3, \quad b = 9$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x}}{x - 1} = 3$$

$x = 1$ のとき、分母 $x - 1 = 0$ であるから、分子も $ax + b\sqrt{x} = 0$

$$a + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b = -a$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x + 1) + b\sqrt{x}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax - a\sqrt{x}}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x - \sqrt{x})}{x - 1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x})}{(x - 1)(x + \sqrt{x})}$$

\therefore

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{a(x^2 - x)}{(x - 1)(x + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax(x - 1)}{(x - 1)(x + \sqrt{x})}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax}{x + \sqrt{x}}$$

$$= \frac{a}{2}$$

$$\therefore \quad \frac{a}{2} = 3 \quad \Leftrightarrow \quad a = 6 \quad \Rightarrow \quad b = -a = -6$$

$$\therefore \quad a = 6, \quad b = -6$$

2. 実数 a, b の値を求めよ。(S 級 3 分, A 級 4 分 20 秒, B 級 6 分, C 級 8 分)

$$(1) \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x + b}{x - a} = 9$$

$x = a$ のとき, 分母 $x - a = 0$ であるから, 分子も $x^2 - x + b = 0$ である.

$$a^2 - a + b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b = a - a^2$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x + b}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - x + a(1 - a)}{x - a}$$

$$\therefore = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x - a)\{x - (1 - a)\}}{x - a}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} (x - 1 + a) = 2a - 1$$

$$\therefore 2a - 1 = 9 \quad \Leftrightarrow \quad a = 5 \quad \Rightarrow \quad b = a - a^2 = 5 - 5^2 = -20$$

$$\therefore \quad a = 5, \quad b = -20$$

$$(2) \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x+3}}{x-1} = 7$$

$x = 1$ のとき, 分母 $x - 1 = 0$ であるから, 分子も $ax + b\sqrt{x+3} = 0$

$$a + 2b = 0 \quad \Leftrightarrow \quad a = -2b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{ax + b\sqrt{x+3}}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2bx + b\sqrt{x+3}}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{x+3} - 2x)}{x-1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(\sqrt{x+3} - 2x)(\sqrt{x+3} + 2x)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2x)}$$

\therefore

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{b(x+3-4x^2)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-b(x-1)(4x+3)}{(x-1)(\sqrt{x+3} + 2x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-b(4x+3)}{(\sqrt{x+3} + 2x)} = -\frac{7}{4}b$$

$$\therefore -\frac{7}{4}b = 7 \quad \Leftrightarrow \quad b = -4 \quad \Rightarrow \quad a = -2b = -2 \times (-4) = 8$$

$$\therefore \quad a = 8, \quad b = -4$$