反射テスト　極限　平方根の有理化　01

1.　次の極限値を求めよ.（ S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

（1）　$\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

（2）　$\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2+2x}-x\right)$

2. 次の極限値を求めよ.（ S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

（1） $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

（2） $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+4}-x\right)$

反射テスト　極限　平方根の有理化　**01**　解答解説

1.　次の極限値を求めよ.（ S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

★ 極限の基本技
引数を代入して次の形になるものは式の変形が必要である.

不定形　$\dfrac{0}{0}$　$\dfrac{\infty}{\infty}$　$\infty - \infty$

$\Rightarrow$　式の変形 $\begin{cases} \text{①　因数分解} \\ \text{②　有理化（分母・分子かかわらず）} \end{cases}$

（1）　$\displaystyle \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$

★引数（ ここでは $x=1$ ）を代入して，　$\dfrac{0}{0}$

$$\begin{aligned}
\text{与式} &= \lim_{x \to 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} \\
&= \lim_{x \to 1} \frac{\cancel{(x-1)}(\sqrt{x}+1)}{\cancel{x-1}} \\
&= \lim_{x \to 1} (\sqrt{x}+1) = \sqrt{1}+1 = \mathbf{2}
\end{aligned}$$

（2）　$\displaystyle \lim_{x \to \infty} \left(\sqrt{x^2+2x} - x \right)$

★引数（ ここでは $x=\infty$ ）を代入して，　$\infty - \infty$

$$\begin{aligned}
\text{与式} &= \lim_{x \to \infty} \frac{(\sqrt{x^2+2x}-x)(\sqrt{x^2+2x}+x)}{\sqrt{x^2+2x}+x} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{x^2+2x-x^2}{\sqrt{x^2+2x}+x} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{2x}{\sqrt{x^2+2x}+x} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{\frac{2x}{x}}{\sqrt{\frac{x^2+2x}{x^2}}+\frac{x}{x}} \\
&= \lim_{x \to \infty} \frac{2}{\sqrt{1+\frac{2}{x}}+1} \\
&= \frac{2}{\sqrt{1+0}+1} = \mathbf{1}
\end{aligned}$$

2. 次の極限値を求めよ.（ S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 40 秒, C 級 5 分 ）

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}$

★引数（ ここでは $x=1$ ）を代入して, $\dfrac{1-1}{0}=bunsuufrac00$

$$\text{与式}=\lim_{x\to 0}\frac{\left(\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}\right)\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}{x\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{(1+x)-(1-x)}{x\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 0}\frac{2\cancel{x}}{\cancel{x}\cdot\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}\right)}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{1}+\sqrt{1}}=\mathbf{1}$$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-3x+4}-x\right)$

★引数（ ここでは $x=\infty$ ）を代入して, $\infty-\infty$

$$\text{与式}=\lim_{x\to\infty}\frac{(\sqrt{x^2-3x+4}-x)(\sqrt{x^2-3x+4}+x)}{\sqrt{x^2-3x+4}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{x^2-3x+4-x^2}{\sqrt{x^2-3x+4}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-3x+4}{\sqrt{x^2-3x+4}+x}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-\frac{3x}{x}+\frac{4}{x}}{\sqrt{\frac{x^2-3x+4}{x^2}}+\frac{x}{x}}$$

$$=\lim_{x\to\infty}\frac{-3+\frac{4}{x}}{\sqrt{1-\frac{3}{x}+\frac{4}{x^2}}+1}$$

$$=\frac{-3+0}{\sqrt{1-0+0}+1}=-\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{2}}$$