

## 反射テスト 関数 逆関数 01

1. 次の関数の逆関数を求めよ. 定義域も言え. ( S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 )

(1)  $y = x^2 \quad (x \geq 0)$

(2)  $y = \sqrt{x - 4}$

(3)  $y = \frac{1}{x + 2}$

(4)  $y = 2^x$

2. 次の関数の逆関数を求めよ. 定義域も言え. ( S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 )

(1)  $y = x^2 \quad (x < 0)$

(2)  $y = \sqrt{x-2} + 1$

(3)  $y = \frac{x}{x+1}$

(4)  $y = -\log_3 x$

# 反射テスト 関数 逆関数 01 解答解説

1. 次の関数の逆関数を求めよ. 定義域も言え. (S級1分, A級2分, B級3分30秒, C級5分)

## ★ 逆関数の求め方

- ①  $x$  について解き,  $x$  と  $y$  を入れ替える.
- ② 定義域, 値域も入れ替える.

(1)  $y = x^2 \quad (x \geq 0)$

定義域  $x \geq 0$

値域  $y \geq 0$

$$y = x^2 \quad (x \geq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{y} \text{ かつ } y \geq 0$$

逆関数は  $y = \sqrt{x}$   
定義域  $x \geq 0$

(2)  $y = \sqrt{x-4}$

定義域  $x-4 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 4$

値域  $y \geq 0$

$$y = \sqrt{x-4}$$

$$\Leftrightarrow y^2 = x-4 \text{ かつ } y \geq 0$$

$$\Leftrightarrow x = y^2 + 4 \text{ かつ } y \geq 0$$

逆関数は  $y = x^2 + 4 \quad (x \geq 0)$   
定義域  $x \geq 0$

(3)  $y = \frac{1}{x+2}$

定義域  $x+2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2$

値域  $y \neq 0$

$$y = \frac{1}{x+2}$$

$$\Leftrightarrow x+2 = \frac{1}{y} \text{ かつ } y \neq 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{y} - 2 \text{ かつ } y \neq 0$$

逆関数は  $y = \frac{1}{x} - 2$   
定義域  $x \neq 0$

(4)  $y = 2^x$

定義域  $x$  はあらゆる実数

値域  $y > 0$

$$y = 2^x$$

$$\Leftrightarrow \log_2 y = \log_2 2^x \text{ かつ } y > 0$$

$$\Leftrightarrow x = \log_2 y \text{ かつ } y > 0$$

逆関数は  $y = \log_2 x$   
定義域  $x > 0$

2. 次の関数の逆関数を求めよ. 定義域も言え. (S級1分15秒, A級2分20秒, B級4分, C級6分)

(1)  $y = x^2 \quad (x < 0)$

定義域  $x < 0$

値域  $y > 0$

$$y = x^2 \quad (x < 0)$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{y} \text{ かつ } y > 0$$

逆関数は  $y = -\sqrt{x}$

定義域  $x > 0$

☆符号に注意.

(2)  $y = \sqrt{x-2} + 1$

定義域  $x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 2$

値域  $y \geq 1$

$$y = \sqrt{x-2} + 1$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = \sqrt{x-2}$$

$$\Leftrightarrow (y-1)^2 = x-2 \text{ かつ } y \geq 1$$

$$\Leftrightarrow x = (y-1)^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 1$$

逆関数は  $y = (x-1)^2 + 2$

定義域  $x \geq 1$

(3)  $y = \frac{x}{x+1}$

定義域  $x + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -1$

値域  $y \neq 1$

$$y = \frac{x}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow y = 1 - \frac{1}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = -\frac{1}{x+1}$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = -\frac{1}{y-1} \text{ かつ } y \neq 1$$

逆関数は  $y = -\frac{1}{x-1} - 1$

定義域  $x \neq 0$

(4)  $y = -\log_3 x$

定義域  $x > 0$

値域  $y$  はあらゆる実数

$$y = -\log_3 x$$

$$\Leftrightarrow -y \log_3 3 = \log_3 x$$

$$\Leftrightarrow \log_3 3^{-y} = \log_3 x$$

$$\Leftrightarrow x = 3^{-y}$$

逆関数は  $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

定義域  $x$  はあらゆる実数