# 反射テスト　解析　連続性　関数　01

**1.**　$f(x)$ があたえられた区間で連続かどうかを言え．結果は単に○×だけでよい．

（ $S$ 級 40 秒，$A$ 級 1 分 20 秒，$B$ 級 2 分 10 秒，$C$ 級 3 分 ）

(1)　$f(x) = x^2$　　$(-4, 4)$

(2)　$f(x) = \sin x$　　$(-\pi, 2)$

(3)　$f(x) = |\,x\,|$　　$(-1, 1)$

(4)　$f(x) = \dfrac{1}{x}$　　$(-\infty, \infty)$

(5)　$f(x) = 2^x$　　$(-\infty, \infty)$

(6)　$f(x) = \tan x$　　$[0, \infty)$

(7)　$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$　　$[0, 6]$

(8)　$f(x) = \log x$　　$[0, \infty)$

(9)　$f(x) = 1^{\frac{1}{x}}$　　$(-\infty, \infty)$

**2.** $f(x)$ があたえられた区間で連続かどうかを言え. 結果は単に○×だけでよい.

（ $S$ 級 50 秒, $A$ 級 1 分 35 秒, $B$ 級 2 分 30 秒, $C$ 級 3 分 30 秒 ）

(1) $f(x) = 1 - x + x^2$ $(-\infty, \infty)$

(2) $f(x) = \cos x$ $[-1, 2\pi]$

(3) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ $[0, \infty)$

(4) $f(x) = \dfrac{1}{x - 3}$ $(-3, 3)$

(5) $f(x) = 2^{-x}$ $(-\infty, \infty)$

(6) $f(x) = 1 + \tan^2 x$ $[-\pi, \pi)$

(7) $f(x) = \dfrac{x^2}{x}$ $[-1, 1]$

(8) $f(x) = \log x^2$ $(-\infty, 0)$

(9) $f(x) = x^x$ $(\infty, \infty)$

# 反射テスト　解析　連続性　関数　01　解答解説

**1.**　$f(x)$ があたえられた区間で連続かどうかを言え．結果は単に○×だけでよい．

（ $S$ 級 40 秒，$A$ 級 1 分 20 秒，$B$ 級 2 分 10 秒，$C$ 級 3 分 ）

★区間 $\begin{cases} \text{閉区間 } [\alpha, \beta] & \text{「}\alpha\text{以上}\beta\text{以下の範囲」を表す．} \\ \text{開区間 } (\alpha, \beta) & \text{「}\alpha\text{より大きく}\beta\text{より小さい範囲」を表す．} \end{cases}$

よって，区間 $(-\infty, \infty)$ とは $x$ が実数であるということである．

**★ 連続（グラフがつながっていること）**

$f(x)$ が $x = a$ で連続　$\Leftrightarrow$　$\displaystyle\lim_{x \to a} f(x)$ が存在し，$f(a)$ と一致する．

☆左右の極限が一致することでもある．

☆厳密な定義は $\epsilon - \delta$ 論法による．

(1)　$f(x) = x^2$　　$(-4, 4)$

○　**…答え**

(2)　$f(x) = \sin x$　　$(-\pi, 2)$

○　**…答え**

(3)　$f(x) = |\,x\,|$　　$(-1, 1)$

○　**…答え**

(4)　$f(x) = \dfrac{1}{x}$　　$(-\infty, \infty)$

×　**…答え**

☆反例

$x = 0$ で値をとらない．

(5)　$f(x) = 2^x$　　$(-\infty, \infty)$

○　**…答え**

(6)　$f(x) = \tan x$　　$[0, \infty)$

×　**…答え**

☆反例

例えば $x = \dfrac{\pi}{2}$ などで値をとらない．

(7)　$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$　　$[0, 6]$

×　**…答え**

☆ $f(x) = \dfrac{(x+1)(x-1)}{x-1} = x + 1$

と考えて連続としてはいけない．

$x \neq 1$ で $f(x) = x + 1$ であり，

$f(x)$ は $x = 1$ で値をとらない．

約分できるできない以前に，分数式が

与えられたときは，分母 $\neq 0$ が定義

されているものと考える．

(8)　$f(x) = \log x$　　$[0, \infty)$

×　**…答え**

☆反例

真数条件より $x \neq 0$

(9)　$f(x) = 1^{\frac{1}{x}}$　　$(-\infty, \infty)$

×　**…答え**

☆反例

$x = 0$ のとき，$\dfrac{1}{x}$ が不定形．

ゆえに $f(0)$ は計算不可能．

**2.** $f(x)$ があたえられた区間で連続かどうかを言え. 結果は単に○×だけでよい.

( $S$ 級 50 秒, $A$ 級 1 分 35 秒, $B$ 級 2 分 30 秒, $C$ 級 3 分 30 秒 )

(1) $f(x) = 1 - x + x^2$ $(-\infty, \infty)$

○ **…答え**

(2) $f(x) = \cos x$ $[-1, 2\pi]$

○ **…答え**

(3) $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ $[0, \infty)$

× **…答え**

☆反例

$x = 2$ のときなどは根内が負となり,

$f(x)$ は値をとらない.

(4) $f(x) = \dfrac{1}{x - 3}$ $(-3, 3)$

○ **…答え**

☆ $x < 3$ より, $x \neq 3$

(5) $f(x) = 2^{-x}$ $(-\infty, \infty)$

○ **…答え**

(6) $f(x) = 1 + \tan^2 x$ $[-\pi, \pi)$

× **…答え**

☆反例

$x = \pm\dfrac{\pi}{2}$ で値をとらない.

(7) $f(x) = \dfrac{x^2}{x}$ $[-1, 1]$

× **…答え**

☆反例

$x = 0$ で値をとらない.

(8) $f(x) = \log x^2$ $(-\infty, 0)$

○ **…答え**

☆ $x < 0$ のとき真数 $x^2$ は正.

ゆえに $f(x)$ は範囲内で連続.

$f(x) = 2\log x$ として真数を考えると

罠にはまる.

(9) $f(x) = x^x$ $(\infty, \infty)$

× **…答え**

☆反例

$x \leqq 0$ のとき $f(x)$ は不定形.

負の有理数乗は定義できないので,

$f(x)$ は値をとらない.

また $x^x$ は $x = 0$ のときも値を

とらないことに注意. 不定形である.

$\lim\limits_{x \to +0} x^x$ は有名な問題である.