

反射テスト 解析 連続性 基礎 01

1. 次の $f(x)$ は $x = 0$ で連続か答えよ. 結果を○×で表すだけでよい. (S級 45 秒, A級 1分 20 秒, B級 2分, C級 3分)

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 3 & (x < 0) \\ x + 3 & (0 < x) \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x & (x < 0) \\ \log(1+x) & (0 \leq x) \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} x + 1 & (x < 0) \\ e^x & (0 \leq x) \end{cases}$$

2. 次の $f(x)$ は $x=0$ で連続か答えよ. 結果を○×で表すだけでよい. (S級 50秒, A級 1分20秒, B級 2分, C級 3分)

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 3 & (x \leq 0) \\ x^2 + 3 & (0 < x) \end{cases}$$

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ 1 & (x = 0) \\ \log(1+x) & (0 < x) \end{cases}$$

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \leq 0) \\ e^x - 1 & (0 < x) \end{cases}$$

反射テスト 解析 連続性 基礎 01 解答解説

1. 次の $f(x)$ は $x=0$ で連続か答えよ. 結果を○×で表すだけでよい. (S級 45秒, A級 1分20秒, B級 2分, C級 3分)

★連続 (グラフがつながっていること)

$f(x)$ が $x=a$ で連続 $\Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x)$ が存在し, $f(a)$ と一致する.

☆左右の極限が一致することもある.

☆厳密な定義は $\epsilon - \delta$ 論法による.

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 3 & (x < 0) \\ x+3 & (0 < x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} (x+3) = 3$$

連続のように見えるが, $x=0$ のときの値がない.

要するに $f(0)$ が存在しないので,

× …答え

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x & (x < 0) \\ \log(1+x) & (0 \leq x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \log(1+x) = \log 1 = 0$$

$$f(0) = \log(1+0) = 0$$

○ …答え

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{1}{-x} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{1}{x} = \infty$$

$$f(0) = 0$$

× …答え

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} x+1 & (x < 0) \\ e^x & (0 \leq x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} (x+1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} e^x = 1$$

$$f(0) = e^0 = 1$$

○ …答え

2. 次の $f(x)$ は $x = 0$ で連続か答えよ. 結果を○×で表すだけでよい. (S級 50 秒, A級 1 分 20 秒, B級 2 分, C級 3 分)

$$(1) \quad f(x) = \begin{cases} 3 & (x \leq 0) \\ x^2 + 3 & (0 < x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} 3 = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} (x^2 + 3) = 3$$

$$f(0) = 0^2 + 3 = 3$$

○ …答え

$$(2) \quad f(x) = \begin{cases} x + 1 & (x < 0) \\ 1 & (x = 0) \\ \log(1 + x) & (0 < x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} (x + 1) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \log(1 + x) = 0$$

$$f(0) = 1$$

× …答え

$$(3) \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x}{|x|} & (x \neq 0) \\ 1 & (x = 0) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} \frac{x}{-x} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} \frac{x}{x} = 1$$

$$f(0) = 1$$

× …答え

$$(4) \quad f(x) = \begin{cases} \sin x & (x \leq 0) \\ e^x - 1 & (0 < x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow -0} f(x) = \lim_{x \rightarrow -0} \sin x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +0} f(x) = \lim_{x \rightarrow +0} e^x - 1 = 0$$

$$f(0) = \sin 0 = 0$$

○ …答え

$$\star x < 0 \text{ のとき } f(x) = \frac{x}{-x} = -1$$

これに気づくかが重要.