

## 反射テスト 行列 2元1次方程式と逆行列 01

1. 次の連立方程式を逆行列を用いて解け。(S級1分30秒, A級2分, B級2分40秒, C級3分30秒)

$$(1) \quad \begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$$

2. 次の連立方程式を逆行列を用いて解け。(S級1分30秒, A級2分, B級2分40秒, C級3分30秒)

$$(1) \quad \begin{cases} -3x + 8y = -11 \\ 2x - 5y = 9 \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$$

## 反射テスト 行列 2元1次方程式と逆行列 01 解答解説

1. 次の連立方程式を逆行列を用いて解け。(S級1分30秒, A級2分, B級2分40秒, C級3分30秒)

★連立方程式  $\begin{cases} ax + by = s \\ cx + dy = t \end{cases}$  を逆行列を用いて解く方法

$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  とおくと,  $A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix}$  と書ける.  $A$ が逆行列を持つならば, 左から  $A^{-1}$  をかけて,

$$A^{-1}A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} s \\ t \end{pmatrix} \quad (\because A^{-1}A = E)$$

★連立方程式  $\begin{cases} ax + by = s \\ cx + dy = t \end{cases}$  に解がある  $\Leftrightarrow A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  が逆行列をもつ

$$(1) \quad \begin{cases} 3x + 5y = 4 \\ x + 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{3 \cdot 2 - 5 \cdot 1} \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= 1 \cdot \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 + (-5) \cdot 8 \\ (-1) \cdot 4 + 3 \cdot 8 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} -32 \\ 20 \end{pmatrix} \quad \dots\text{答え}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 2x + y = 7 \\ x + 3y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 3 - 1 \cdot 1} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 \cdot 7 + (-1) \cdot (-4) \\ (-1) \cdot 7 + 2 \cdot (-4) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 25 \\ -15 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \dots\text{答え}$$

2. 次の連立方程式を逆行列を用いて解け。(S級1分30秒, A級2分, B級2分40秒, C級3分30秒)

$$(1) \begin{cases} -3x + 8y = -11 \\ 2x - 5y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{(-3) \cdot (-5) - 8 \cdot 2} \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \end{pmatrix} \\ &= -1 \begin{pmatrix} -5 & -8 \\ -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -11 \\ 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 \cdot (-11) + 8 \cdot 9 \\ 2 \cdot (-11) + 3 \cdot 9 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 17 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \begin{cases} 2x + 3y = 9 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2 \cdot 2 - 3 \cdot 3} \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 9 \\ -4 \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 2 \cdot 9 + (-3) \cdot (-4) \\ (-3) \cdot 9 + 2 \cdot (-4) \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{5} \begin{pmatrix} 30 \\ -35 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$