反射テスト 複素平面 領域 02

- 1. 次の式を満たすzの範囲を複素平面上に描け. zはzの共役複素数とし、Rezはzの実部を、Imzはzの虚部を表す。例えば、z=2+3i であれば、Rez=2 かつ Imz=3 である. (S 級 2 分,A 級 3 分 30 秒,B 級 5 分,C 級 7 分)
 - $(1) \qquad -1 \le \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z \le 1$

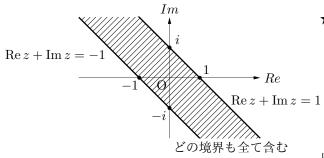
 $(2) \qquad z \neq 0 \text{ fig } 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4} \text{ fig } \left| z - \frac{1+i}{\sqrt{2}} \right| \leq 1$

- 2. 次の式を満たすzの範囲を複素平面上に描け. zはzの共役複素数とし、Rezはzの実部を、Imzはzの虚部を表す。例えば、z=2+3i であれば、Rez=2 かつ Imz=3 である. (S 級 2 分,A 級 3 分 30 秒,B 級 5 分,C 級 7 分)
 - $(1) \qquad -1 < \operatorname{Re} z \operatorname{Im} z < 1$

(2) Re $z \le -1$ איי $\frac{2}{3}\pi \le \arg z \le \pi$ איי $\left|z+1-\sqrt{3}i\right| \le 2$

反射テスト 複素平面 領域 02

- 次の式を満たすzの範囲を複素平面上に描け.zはzの共役複素数とし、 $\mathrm{Re}z$ はzの実部を、 $\mathrm{Im}z$ はzの虚部を表す、例えば、 (S級2分, A級3分30秒, B級5分, C級7分) z=2+3i であれば、 $\operatorname{Re} z=2$ かつ $\operatorname{Im} z=3$ である.
 - (1) $-1 \le \operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z \le 1$



★ 複素数の公式 i は虚数単位, z = x + yi のとき,

$$2 \quad y = \operatorname{Im} z = \frac{z - \overline{z}}{2i}$$

$$\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 1$$
 ③ $x^2 + y^2 = |z|^2 = z\overline{z}$

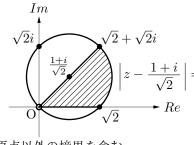
以上を利用して, (x,y) について考えれば, xy 座標平面上の領域として扱うことができる.

与不等式 \Leftrightarrow $-1 \leq x + y \leq 1$

★ 複素平面上の領域

複素数は大小関係がないから、基本的に素のままの z や z で不等式を表すことはできない. 複素平面上の領域を表す場合、 |z|, $\arg z$, 実部・虚部を表す $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ などの実数を用いて不等式を作る.

(2)
$$z \neq 0$$
 לייס $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{4}$ לייס $\left| z - \frac{1+i}{\sqrt{2}} \right| \leq 1$



原点以外の境界を含む

題意から, $z \neq 0$

$$\left|z-\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right| \le 1$$
 は、中心 $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ 、半径 1 の円の内部

$$=1$$
 $\left|z-rac{1+i}{\sqrt{2}}
ight| \le 1$ は、中心 $rac{1+i}{\sqrt{2}}$ 、半径 1 の円の内部、 円の中心は、
$$\left|rac{1+i}{\sqrt{2}}
ight| = \sqrt{\left(rac{1}{\sqrt{2}}
ight)^2 + \left(rac{1}{\sqrt{2}}
ight)^2} = 1$$
 $rg rac{1+i}{\sqrt{2}} = rg \left(\cosrac{\pi}{4} + i\sinrac{\pi}{4}
ight) = rac{\pi}{4}$

絶対値 1、偏角 45°の点 ⇒ 円の半径 1 から、原点は円周上.

★ 複素平面上の半直線

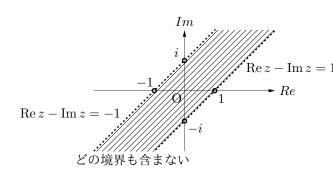
実軸に対しての角度 (ラジアン) を傾きと考えれば、傾きと通る点が1つ分かれば直線の方程式が得られる. 半直線の起点 (端点)C を複素数 c を用いて表すと、

傾き θ , 起点 C(c) の半直線の方程式 $\arg(z-c) = \theta$

 $\arg z = 0$ は正の実軸 (x > 0かつ y = 0) を表す. $\arg z = \frac{\pi}{4}$ は原点を起点とする 傾き 45°の半直線を表す.

円の内部で、この2つの直線にはさまれた部分が上図である.

- 次の式を満たすzの範囲を複素平面上に描け.zはzの共役複素数とし、 $\operatorname{Re} z$ はzの実部を、 $\operatorname{Im} z$ はzの虚部を表す、例えば、 (S級2分, A級3分30秒, B級5分, C級7分) z=2+3i result, $\operatorname{Re} z=2$ by $\operatorname{Im} z=3$ result.
 - (1) $-1 < \operatorname{Re} z - \operatorname{Im} z < 1$



r 複素数の公式 i は虚数単位, z=x+yi のとき,

①
$$x = \operatorname{Re} z = \frac{z + \overline{z}}{2}$$
② $y = \operatorname{Im} z = \frac{z - \overline{z}}{2i}$

$$3 x^2 + y^2 = |z|^2 = z\overline{z}$$

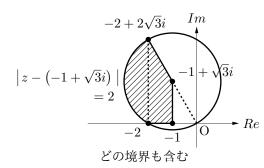
以上を利用して, (x,y) について考えれば, xy 座標平面上の領域として扱うことができる.

与不等式 \Leftrightarrow $-1 \le x - y \le 1$

★ 複素平面上の領域

複素数は大小関係がないから、基本的に素のままの z や z で不等式を表すことはできない. 複素平面上の領域を表す場合、 |z|, $\arg z$, 実部・虚部を表す $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$ などの実数を用いて不等式を作る.

(2) Re
$$z \le -1$$
 איי $\frac{2}{3}\pi \le \arg z \le \pi$ איי $\left|z+1-\sqrt{3}i\right| \le 2$



$$\operatorname{Re} z \leq -1$$

これは、直線 $\operatorname{Re} z = -1$ の左側.

$$\begin{vmatrix} z+1-\sqrt{3}i \end{vmatrix}=2$$
 \Leftrightarrow $\begin{vmatrix} z-\left(-1+\sqrt{3}i\right) \end{vmatrix}=2$ これは、中心 $\left(-1+\sqrt{3}i\right)$ 、半径 2 の円の内部.

円の中心は,

$$\left|-1+\sqrt{3}i\right|=\sqrt{\left(-1\right)^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=2$$
 $\arg\left(-1+\sqrt{3}i\right)=\arg\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}=\arg\left(\cos\frac{2}{3}\pi+i\sin\frac{2}{3}\pi\right)=\frac{2}{3}\pi$ 絶対値 2、偏角 120° の点 \Rightarrow 円の半径 2 から、原点は円周上.

★ 複素平面上の半直線

実軸に対しての角度(ラジアン)を傾きと考えれば、傾きと通る点が1つ分かれば直線の方程式が得られる. 半直線の起点 (端点)C を複素数 c を用いて表すと,

傾き θ , 起点 C(c) の半直線の方程式 $arg(z-c) = \theta$

 $\arg z = \frac{2}{3}\pi$ は原点を起点とする 傾き 120°の半直線を表す. $\arg z = \pi$ は負の実軸 (x < 0 かつ y = 0) を表す.

円の内部で、この3つの直線に囲まれた部分が上図である.