反射テスト　複素平面　直線の交点　01

1.　複素平面上における 2 直線 l と m の交点を複素数で求めよ.（ S 級 3 分 20 秒、A 級 5 分、B 級 7 分 30 秒、C 級 10 分 ）

(1)　$\begin{cases} \text{直線 } l & z+\overline{z}=2 \\ \text{直線 } m & z-\overline{z}=4i \end{cases}$

(2)　$\begin{cases} \text{直線 } l & \dfrac{z-1}{1-i}=\dfrac{\overline{z}-1}{1+i} \\ \text{直線 } m & \left(\sqrt{3}+i\right)z+\left(\sqrt{3}-i\right)\overline{z}=2\sqrt{3} \end{cases}$

2. 複素平面上における 2 直線 l と m の交点を複素数で求めよ.（ S 級 3 分 20 秒、A 級 5 分、B 級 7 分 30 秒、C 級 10 分 ）

(1) $\begin{cases} \text{直線 } l & z+\overline{z}=3 \\ \text{直線 } m & z-\overline{z}=-i \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \text{直線 } l & \dfrac{z-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}=\dfrac{\overline{z}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i} \\ \text{直線 } m & (1+i)\,z+(1-i)\,\overline{z}=2 \end{cases}$

反射テスト　複素平面　直線の交点　01　解答解説

1.　複素平面上における 2 直線 l と m の交点を複素数で求めよ.（ S 級 3 分 20 秒、A 級 5 分、B 級 7 分 30 秒、C 級 10 分 ）

★ 直線の交点 z の求め方　$\overline{z}$を消去する.

(1) $\begin{cases} \text{直線 } l & z+\overline{z}=2 & \cdots① \\ \text{直線 } m & z-\overline{z}=4i & \cdots② \end{cases}$

①＋②　$2z=2+4i$

$\Leftrightarrow$　$z=1+2i$

答え　$\mathbf{1+2}\boldsymbol{i}$

(2) $\begin{cases} \text{直線 } l & \dfrac{z-1}{1-i}=\dfrac{\overline{z}-1}{1+i} & \cdots① \\ \text{直線 } m & \left(\sqrt{3}+i\right)z+\left(\sqrt{3}-i\right)\overline{z}=2\sqrt{3} & \cdots② \end{cases}$

①　$\Leftrightarrow$　$\overline{z}=\dfrac{(1+i)(z-1)}{1-i}+1$

②　$\Leftrightarrow$　$\overline{z}=\dfrac{(\sqrt{3}+i)z-2\sqrt{3}}{i-\sqrt{3}}$

$\therefore$　$\dfrac{(1+i)(z-1)}{1-i}+1=\dfrac{(\sqrt{3}+i)z-2\sqrt{3}}{i-\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow$　$(1+i)(i-\sqrt{3})(z-1)+(1-i)(i-\sqrt{3})=(\sqrt{3}+i)(1-i)z-2\sqrt{3}(1-i)$

$\Leftrightarrow$　$z=1$

答え　**1**

2. 複素平面上における 2 直線 l と m の交点を複素数で求めよ.（ S 級 3 分 20 秒、A 級 5 分、B 級 7 分 30 秒、C 級 10 分 ）

★ 直線の交点 z の求め方　$\overline{z}$を消去する.

(1) $\begin{cases} \text{直線 } l \quad z+\overline{z}=3 & \cdots① \\ \text{直線 } m \quad z-\overline{z}=-i & \cdots② \end{cases}$

①＋②　$2z=3-i$

$\Leftrightarrow \quad z=\dfrac{3-i}{2}$

答え　$\boldsymbol{\dfrac{3-i}{2}}$

(2) $\begin{cases} \text{直線 } l \quad \dfrac{z-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+i}=\dfrac{\overline{z}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-i} & \cdots① \\ \text{直線 } m \quad (1+i)\,z+(1-i)\,\overline{z}=2 & \cdots② \end{cases}$

① $\Leftrightarrow \quad \overline{z}=\dfrac{(\sqrt{3}-i)(z-\sqrt{3})}{\sqrt{3}+i}+\sqrt{3}$

② $\Leftrightarrow \quad \overline{z}=\dfrac{(1+i)z-2}{i-1}$

$\therefore \quad \dfrac{(\sqrt{3}-i)(z-\sqrt{3})}{\sqrt{3}+i}+\sqrt{3}=\dfrac{(1+i)z-2}{i-1}$

$\Leftrightarrow \quad (\sqrt{3}-i)(i-1)(z-\sqrt{3})+\sqrt{3}(\sqrt{3}+i)(i-1)=(\sqrt{3}+i)(1+i)z-2(\sqrt{3}+i)$

$\Leftrightarrow \quad z=-i$

答え　$\boldsymbol{-i}$