

反射テスト 複素平面 垂直な直線 01

1. 複素平面上の2点 A, B を通る直線と垂直で、点 C を通る直線の方程式を作れ。直線上の点を Z とし、 Z を表す複素数を z とする。
(S級2分、A級3分30秒、B級5分、C級7分)

(1) $A(1)$, $B(i)$, $C(0)$

(2) $A(3+2i)$, $B(3-i)$, $C(i)$

(3) $A\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)$, $B(2)$, $C\left(\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)$

2. 複素平面上の2点A,Bを通る直線と垂直で、点Cを通る直線の方程式を作れ. 直線上の点をZとし、Zを表す複素数を z とする.
(S級2分、A級3分30秒、B級5分、C級7分)

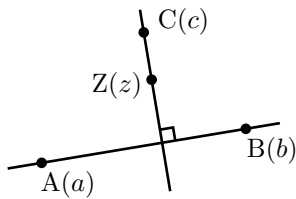
(1) $A(-2)$, $B(i)$, $C(1)$

(2) $A(5+3i)$, $B(-1+3i)$, $C(-2i)$

(3) $A(-2)$, $B\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$

反射テスト 複素平面 垂直な直線 01 解答解説

1. 複素平面上の2点A,Bを通る直線と垂直で、点Cを通る直線の方程式を作れ. 直線上の点をZとし、Zを表す複素数をzとする.
(S級2分、A級3分30秒、B級5分、C級7分)



★ 法線の方程式

直線 AB と垂直で、点 C を通る直線上に点 Z がある $\Leftrightarrow \frac{z-c}{b-a} + \frac{\bar{z}-\bar{c}}{\bar{b}-\bar{a}} = 0$

☆証明は次を参照. [反射テスト 複素平面 平行・垂直・直線 01](#)

- (1) A(1) , B(i) , C(0)

$$\begin{aligned} \frac{z-0}{i-1} + \frac{\bar{z}-\bar{0}}{\bar{i}-\bar{1}} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z}{i-1} - \frac{\bar{z}}{i+1} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{z}{1-i} + \frac{\bar{z}}{1+i} = 0 \end{aligned}$$

- (2) A(3+2i) , B(3-i) , C(i)

$$\begin{aligned} \frac{z-i}{(3-i)-(3+2i)} + \frac{\bar{z}-\bar{i}}{(3-i)-\overline{(3+2i)}} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z-i}{-3i} + \frac{\bar{z}+i}{3i} = 0 \\ &\Leftrightarrow (z-i) - (\bar{z}+i) = 0 \\ &\Leftrightarrow z - \bar{z} - 2i = 0 \\ &\Leftrightarrow \text{Im } z = 1 \end{aligned}$$

☆実軸と平行な直線になる. 答えは右の太字の形ならばどれでもいいが、全てが同値であることを見抜けるように.

- (3) A $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)$, B(2) , C $\left(\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)$

$$\begin{aligned} \frac{z - \frac{1-\sqrt{3}i}{2}}{2 - \frac{1+\sqrt{3}i}{2}} + \frac{\bar{z} - \overline{\left(\frac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)}}{\bar{2} - \overline{\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)}} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z - \frac{1-\sqrt{3}i}{2}}{\frac{3-\sqrt{3}i}{2}} + \frac{\bar{z} - \frac{1+\sqrt{3}i}{2}}{\frac{3+\sqrt{3}i}{2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2z - 1 + \sqrt{3}i}{3 - \sqrt{3}i} + \frac{2\bar{z} - 1 - \sqrt{3}i}{3 + \sqrt{3}i} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2z - 1 + \sqrt{3}i}{\sqrt{3} - i} + \frac{2\bar{z} - 1 - \sqrt{3}i}{\sqrt{3} + i} = 0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{3} + i)z + (\sqrt{3} - i)\bar{z} - 2\sqrt{3} = 0 \end{aligned}$$

☆答えは右の太字の形ならばどれでもいいが、全てが同値であることを見抜けるように.

2. 複素平面上の2点A,Bを通る直線と垂直で、点Cを通る直線の方程式を作れ. 直線上の点をZとし、Zを表す複素数を z とする.
(S級2分、A級3分30秒、B級5分、C級7分)

(1) $A(-2)$, $B(i)$, $C(1)$

$$\frac{z-1}{i-(-2)} + \frac{\bar{z}-\bar{1}}{\bar{i}-(-2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{z-1}{2+i} + \frac{\bar{z}-1}{2-i} = 0$$

(2) $A(5+3i)$, $B(-1+3i)$, $C(-2i)$

$$\begin{aligned} \frac{z-(-2i)}{(5+3i)-(-1+3i)} + \frac{\bar{z}-\overline{(-2i)}}{(5+3i)-(-1+3i)} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z+2i}{6} + \frac{\bar{z}-2i}{6} = 0 \\ &\Leftrightarrow (z+2i) + (\bar{z}-2i) = 0 \\ &\Leftrightarrow z + \bar{z} = 0 \\ &\Leftrightarrow \mathbf{Re\,z = 0} \end{aligned}$$

☆答えは公式でA,Bを逆にして代入している.

☆虚軸と一致する. 答えは右の太字の形ならばどれでもいいが、全てが同値であることを見抜けるように.

(3) $A(-2)$, $B\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)$, $C\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)$

$$\begin{aligned} \frac{z-\frac{\sqrt{3}+i}{2}}{\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}-(-2)} + \frac{\bar{z}-\overline{\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)}}{\left(\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}\right)-(-2)} = 0 &\Leftrightarrow \frac{z-\frac{\sqrt{3}+i}{2}}{\frac{3+\sqrt{3}i}{2}} + \frac{\bar{z}-\frac{\sqrt{3}-i}{2}}{\frac{3-\sqrt{3}i}{2}} = 0 \\ &\Leftrightarrow \frac{2z-\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} + \frac{2\bar{z}-\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} = 0 \\ &\Leftrightarrow (\sqrt{3}-i)z + (\sqrt{3}+i)\bar{z} - 4 = 0 \end{aligned}$$

☆答えは右の太字の形ならばどれでもいいが、全てが同値であることを見抜けるように.