反射テスト　複素平面　偏角　01

1.　複素数 z の偏角を $\arg z$ と表す（単位はラジアン）. 実数α, β, γに対して，$\arg z_1 = \alpha$，$\arg z_2 = \beta$，$\arg z_3 = \gamma$ とするとき，次の式を実数やα, β, γを用いて表せ. もし表せないときは単に $\times$ と書くこと.

（ S 級 52 秒, A 級 1 分 40 秒, B 級 3 分, C 級 5 分 ）

(1)　$\arg 5$

(2)　$\arg(-4i)$

(3)　$\arg\left(\sqrt{3} + i\right)$

(4)　$\arg(2z_1)$

(5)　$\arg\{z_1(1+i)\}$

(6)　$\arg \dfrac{z_1}{i}$

(7)　$\arg(z_1 + z_2)$

(8)　$\arg \dfrac{z_1}{z_2}$

(9)　$\arg(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$

(10)　$\arg \dfrac{z_1}{z_2 z_3}$

(11)　$\arg \dfrac{iz_1}{z_2}$

(12)　$\arg \dfrac{z_1 + z_2}{z_3}$

2. 複素数 z の偏角を $\arg z$ と表す（単位はラジアン）. 実数α, β, γに対して，$\arg z_1 = \alpha$ ，$\arg z_2 = \beta$ ，$\arg z_3 = \gamma$ とするとき，次の式を実数やα, β, γを用いて表せ. もし表せないときは単に $\times$ と書くこと.

（ S 級 1 分 15 秒，A 級 2 分，B 級 3 分 40 秒，C 級 6 分 ）

(1) $\arg(-5)$

(2) $\arg i$

(3) $\arg\left(-\sqrt{3} - i\right)$

(4) $\arg(-2z_1)$

(5) $\arg\left\{z_1(1+\sqrt{3}i)\right\}$

(6) $\arg \dfrac{z_1}{-i}$

(7) $\arg \dfrac{2}{z_1}$

(8) $\arg(z_1 - z_2)$

(9) $\arg \dfrac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$

(10) $\arg \dfrac{z_1}{1 - z_2}$

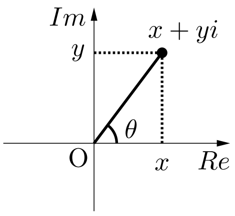
(11) $\arg \dfrac{(1+i)z_1}{z_2}$

(12) $\arg \dfrac{z_1 z_2}{3 - \sqrt{3}i}$

反射テスト　複素平面　偏角　01　解答解説

1.　複素数 z の偏角を $\arg z$ と表す（単位はラジアン）. 実数α, β, γに対して，$\arg z_1 = \alpha$，$\arg z_2 = \beta$，$\arg z_3 = \gamma$ とするとき，次の式を実数やα, β, γを用いて表せ. もし表せないときは単に $\times$ と書くこと.

（S 級 52 秒，A 級 1 分 40 秒，B 級 3 分，C 級 5 分）



複素数 $z = x + yi$（i は虚数単位，x, y は実数）に対して次のことを定義する.

★ 複素数の偏角　$\arg z = \theta$

複素数 z の偏角を $\arg z$ と表す.（$\angle z$ とすることもある.）

複素数 z の偏角は左上図における θ であり，弧度法, 度数法どちらを用いてもよい.

また範囲はその問の指示に従うこと. ここでは範囲を $0 \leqq \theta < 2\pi$ としたが，$-180^\circ \leqq \theta < 180^\circ$ としてもよい.

★ 偏角の計算　$\arg(z_1 \cdot z_2) = \arg z_1 + \arg z_2$　　$\arg \dfrac{z_1}{z_2} = \arg z_1 - \arg z_2$

☆複素数の積は複素平面上での回転移動と考えることができる.

(1)　$\arg 5$

$= \mathbf{0}$

(2)　$\arg(-4i)$

$= \boldsymbol{\dfrac{3}{2}\pi}$

(3)　$\arg\left(\sqrt{3} + i\right)$

$= \boldsymbol{\dfrac{\pi}{6}}$

(4)　$\arg(2z_1)$

$= \arg 2 + \arg z_1$

$= 0 + \alpha = \boldsymbol{\alpha}$

(5)　$\arg\{z_1(1+i)\}$

$= \arg z_1 + \arg(1+i)$

$= \boldsymbol{\alpha + \dfrac{\pi}{4}}$

(6)　$\arg \dfrac{z_1}{i}$

$= \arg z_1 - \arg i$

$= \boldsymbol{\alpha - \dfrac{\pi}{2}}$

(7)　$\arg(z_1 + z_2)$

$\times$

(8)　$\arg \dfrac{z_1}{z_2}$

$= \arg z_1 - \arg z_2$

$= \boldsymbol{\alpha - \beta}$

(9)　$\arg(z_1 \cdot z_2 \cdot z_3)$

$= \arg z_1 + \arg z_2 + \arg z_3$

$= \boldsymbol{\alpha + \beta + \gamma}$

(10)　$\arg \dfrac{z_1}{z_2 z_3}$

$= \arg z_1 - (\arg z_2 + \arg z_3)$

$= \boldsymbol{\alpha - \beta - \gamma}$

(11)　$\arg \dfrac{iz_1}{z_2}$

$= \arg i + \arg z_1 - \arg z_2$

$= \boldsymbol{\dfrac{\pi}{2} + \alpha - \beta}$

(12)　$\arg \dfrac{z_1 + z_2}{z_3}$

$\times$

2. 複素数 z の偏角を $\arg z$ と表す（単位はラジアン）. 実数α, β, γに対して, $\arg z_1 = \alpha$, $\arg z_2 = \beta$, $\arg z_3 = \gamma$ とするとき, 次の式を実数やα, β, γを用いて表せ. もし表せないときは単に $\times$ と書くこと.

（ S 級 1 分 15 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 40 秒, C 級 6 分 ）

(1) $\arg(-5)$

$= \boldsymbol{\pi}$

(2) $\arg i$

$= \boldsymbol{\dfrac{\pi}{2}}$

(3) $\arg\left(-\sqrt{3} - i\right)$

$= \boldsymbol{\dfrac{7}{6}\pi}$

(4) $\arg(-2z_1)$

$= \arg(-2) + \arg z_1$

$= \boldsymbol{\pi + \alpha}$

(5) $\arg\left\{z_1(1+\sqrt{3}i)\right\}$

$= \arg z_1 + \arg(1+\sqrt{3}i)$

$= \boldsymbol{\alpha + \dfrac{\pi}{3}}$

(6) $\arg \dfrac{z_1}{-i}$

$= \arg z_1 - \arg(-i)$

$= \boldsymbol{\alpha - \dfrac{3}{2}\pi}$

$= \boldsymbol{\alpha + \dfrac{\pi}{2}}$

(7) $\arg \dfrac{2}{z_1}$

$= \arg 2 - \arg z_1$

$= 0 - \alpha$

$= \boldsymbol{-\alpha}$

(8) $\arg(z_1 - z_2)$

$\times$

(9) $\arg \dfrac{z_1 \cdot z_2}{z_3}$

$= \arg z_1 + \arg z_2 - \arg z_3$

$= \boldsymbol{\alpha + \beta - \gamma}$

(10) $\arg \dfrac{z_1}{1 - z_2}$

$\times$

(11) $\arg \dfrac{(1+i)z_1}{z_2}$

$= \arg(1+i) + \arg z_1 - \arg z_2$

$= \boldsymbol{\dfrac{\pi}{4} + \alpha - \beta}$

(12) $\arg \dfrac{z_1 z_2}{3 - \sqrt{3}i}$

$= \arg z_1 + \arg z_2 - \arg(3 - \sqrt{3}i)$

$= \boldsymbol{\alpha + \beta - \dfrac{11}{6}\pi}$

$= \boldsymbol{\alpha + \beta + \dfrac{\pi}{6}}$