

## 反射テスト 微分 2つ・3つの合成関数の微分 01

1.  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。(S級 25 秒, A級 50 秒, B級 1 分 30 秒, C級 2 分 20 秒)

(1)  $y = 3^{(x^2+1)}$

(2)  $y = \sin^5(3x)$

2.  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ. ( S 級 25 秒, A 級 50 秒, B 級 1 分 30 秒, C 級 2 分 20 秒 )

(1)  $y = \tan^3 x$

(2)  $y = \{\log(x^2 + 3)\}^3$

# 反射テスト 微分 2つ・3つの合成関数の微分 01 解答解説

1.  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。(S級 25秒, A級 50秒, B級 1分30秒, C級 2分20秒)

## ★ 合成関数の微分の公式

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

☆ 合成関数の考え方

どの順序で計算するかを整理し、節目ごとに文字でおく。

(1)  $y = 3^{(x^2+1)}$

$y$  は、 $x$  を 2 乗して 1 を足して、3 についてのそのべき乗をとったもの。

$$\Rightarrow \begin{cases} u = x^2 + 1 \\ y = 3^u \end{cases} \quad \text{とおけばよい.}$$

$$y = 3^u \quad u = x^2 + 1$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{du} = 3^u \log 3 \quad \frac{du}{dx} = 2x$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 3^u \log 3 \cdot 2x$$

$$= 3^{(x^2+1)} \cdot \log 3 \cdot 2x$$

$$= 2x \cdot 3^{(x^2+1)} \cdot \log 3 \quad \cdots \text{答え}$$

(2)  $y = \sin^5(3x)$

$y$  は、 $x$  を 3 倍して、その正弦をとり、5 乗したもの。

$$\Rightarrow \begin{cases} u = 3x \\ v = \sin u \\ y = v^5 \end{cases} \quad \text{とおけばよい.}$$

$$y = v^5 \quad v = \sin u \quad u = 3x$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dv} = 5v^4 \quad \frac{dv}{du} = \cos u \quad \frac{du}{dx} = 3$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

$$= 5v^4 \cdot \cos u \cdot 3$$

$$= 5(\sin u)^4 \cdot \cos u \cdot 3$$

$$= 5(\sin 3x)^4 \cdot \cos(3x) \cdot 3$$

$$= 15 \sin^4(3x) \cdot \cos(3x) \quad \cdots \text{答え}$$

2.  $\frac{dy}{dx}$  を求めよ。(S級 25 秒, A級 50 秒, B級 1 分 30 秒, C級 2 分 20 秒)

(1)  $y = \tan^3 x$

$y$  は,  $x$  の正接 (tan) をとり, それを 3 乗したもの.

$$\Rightarrow \begin{cases} u = \tan x \\ y = u^3 \end{cases} \quad \text{とおけばよい.}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{du} = 3u^2 \quad \frac{du}{dx} = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 3u^2 \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \\ &= 3 \tan^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \\ &= \frac{3 \tan^2 x}{\cos^2 x} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(2)  $y = \{\log(x^2 + 3)\}^3$

$y$  は,  $x$  の 2 乗に +3 をして, その自然対数をとって, 3 乗したもの.

$$\Rightarrow \begin{cases} u = x^2 + 3 \\ v = \log u \\ y = v^3 \end{cases} \quad \text{とおけばよい.}$$

$$\Rightarrow \frac{dy}{dv} = 3v^2 \quad \frac{dv}{du} = \frac{1}{u} \quad \frac{du}{dx} = 2x$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dv} \cdot \frac{dv}{du} \cdot \frac{du}{dx} \\ &= 3v^2 \cdot \frac{1}{u} \cdot 2x \\ &= 3(\log u)^2 \cdot \frac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x \\ &= 3\{\log(x^2 + 3)\}^2 \cdot \frac{1}{x^2 + 3} \cdot 2x \\ &= \frac{6x\{\log(x^2 + 3)\}^2}{x^2 + 3} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$