

反射テスト 微分 頻出関数 簡単な合成関数の微分 02

1. 次の式を x について微分せよ. (S 級 45 秒, A 級 1 分 5 秒, B 級 1 分 45 秒, C 級 3 分 10 秒)

(1) $\sin(1-x)$

(2) $\cos^3 x$

(3) $e^{x+\frac{1}{x}}$

(4) $\log(x^2+1)$

2. 次の式を x について微分せよ. (S 級 50 秒, A 級 1 分 15 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 30 秒)

(1) $\tan(1 - 2x)$

(2) $\sin^4 x$

(3) $e^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$

(4) $\log(1 - x^2)$

反射テスト 微分 頻出関数 簡単な合成関数の微分 02 解答解説

1. 次の式を x について微分せよ。(S級 45 秒, A級 1 分 5 秒, B級 1 分 45 秒, C級 3 分 10 秒)

(1) $\sin(1-x)$

(2) $\cos^3 x$

$y = -x + 1$ とおくと,

$$(\cos^3 x)' = 3 \cos^2 x \cdot (\cos x)'$$

$$\{\sin(1-x)\}' = \frac{d}{dy} \sin y \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= 3 \cos^2 x \cdot (-\sin x)$$

$$= (\cos y) \cdot (-1)$$

$$= -3 \sin x \cos^2 x \quad \dots\text{答え}$$

$$= -\cos(1-x) \quad \dots\text{答え}$$

(3) $e^{x+\frac{1}{x}}$

(4) $\log(x^2+1)$

$y = x + \frac{1}{x}$ とおくと,

$y = x^2 + 1$ とおくと,

$$\left(e^{x+\frac{1}{x}}\right)' = \frac{d}{dy} (e^y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\{\log(x^2+1)\}' = \frac{d}{dy} (\log y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= e^{x+\frac{1}{x}} \cdot (1-x^{-2})$$

$$= \frac{1}{y} \cdot 2x$$

$$= \left(1 - \frac{1}{x^2}\right) e^{x+\frac{1}{x}} \quad \dots\text{答え}$$

$$= \frac{2x}{x^2+1} \quad \dots\text{答え}$$

2. 次の式を x について微分せよ。(S 級 50 秒, A 級 1 分 15 秒, B 級 2 分, C 級 3 分 30 秒)

(1) $\tan(1 - 2x)$

(2) $\sin^4 x$

$y = -2x + 1$ とおくと,

$$(\sin^4 x)' = 4 \sin^3 x \cdot (\sin x)'$$

$$\{\tan(1 - 2x)\}' = \frac{d}{dy} \sin y \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= 4 \sin^3 x \cdot \cos x$$

$$= \frac{1}{\cos^2 y} \cdot (-2)$$

$$= 4 \sin^3 x \cos x \quad \dots \text{答え}$$

$$= -\frac{2}{\cos^2(1 - 2x)} \quad \dots \text{答え}$$

(3) $e^{x^2 + \frac{1}{x^2}}$

(4) $\log(1 - x^2)$

$y = x^2 + \frac{1}{x^2}$ とおくと,

$y = -x^2 + 1$ とおくと,

$$\left(e^{x^2 + \frac{1}{x^2}}\right)' = \frac{d}{dy} (e^y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$\{\log(1 - x^2)\}' = \frac{d}{dy} (\log y) \cdot \frac{dy}{dx}$$

$$= e^{x^2 + \frac{1}{x^2}} \cdot (2x - 2x^{-3})$$

$$= \frac{1}{y} \cdot (-2x)$$

$$= 2 \left(x - \frac{1}{x^3}\right) e^{x^2 + \frac{1}{x^2}} \quad \dots \text{答え}$$

$$= -\frac{2x}{1 - x^2} \quad \dots \text{答え}$$

$$= \frac{2x}{x^2 - 1} \quad \dots \text{答え}$$