

反射テスト ベクトル 内分点 立体図形 01

1. 底面が平行四辺形 ABCD である四角すい O-ABCD がある. $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とする. 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) \overrightarrow{OM} (M は AB の中点)

(2) \overrightarrow{ON} (N は BC を $n : (1 - n)$ に内分する点)

(3) \overrightarrow{OD}

(4) \overrightarrow{OP} (P は BD を $p : (1 - p)$ に内分する点)

2. 底面が正六角形 ABCDEF である六角すい O-ABCDEF がある. 正六角形の重心を G として, $\overrightarrow{GA} = \vec{p}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{q}$, $\overrightarrow{GO} = \vec{r}$ とする. 次のベクトルを \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} を用いて表せ. (S 級 3 分 10 秒, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)

(1) \overrightarrow{GC}

(2) \overrightarrow{GM} (M は $\triangle OCE$ の重心)

(3) \overrightarrow{GN} (N は AM を $n : (1-n)$ に内分する点)

(4) \overrightarrow{OX} (X は BN を $x : (1-x)$ に内分する点)

反射テスト ベクトル 内分点 立体図形 01 解答解説

1. 底面が平行四辺形 ABCD である四角すい O-ABCD がある. $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とする. 次のベクトルを \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ. (S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) \vec{OM} (M は AB の中点)

$$\begin{aligned} &= \frac{\vec{OA} + \vec{OB}}{2} \\ &= \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

(2) \vec{ON} (N は BC を $n : (1 - n)$ に内分する点)

$$\begin{aligned} &= (1 - n)\vec{OB} + n\vec{OC} \\ &= (1 - n)\vec{b} + n\vec{c} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

(3) \vec{OD}

$$\begin{aligned} &= \vec{OA} + \vec{AD} \\ &= \vec{a} + \vec{BC} \\ &= \vec{a} + (\vec{OC} - \vec{OB}) \\ &= \vec{a} - \vec{b} + \vec{c} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

(4) \vec{OP} (P は BD を $p : (1 - p)$ に内分する点)

$$\begin{aligned} &= (1 - p)\vec{OB} + p\vec{OD} \\ &= (1 - p)\vec{b} + p(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}) \\ &= p\vec{a} + (1 - 2p)\vec{b} + p\vec{c} \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

2. 底面が正六角形 ABCDEF である六角すい O-ABCDEF がある. 正六角形の重心を G として, $\overrightarrow{GA} = \vec{p}$, $\overrightarrow{GB} = \vec{q}$, $\overrightarrow{GO} = \vec{r}$ とする. 次のベクトルを \vec{p} , \vec{q} , \vec{r} を用いて表せ. (S 級 3 分 10 秒, A 級 5 分, B 級 7 分, C 級 10 分)

(1) \overrightarrow{GC}

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{GB} - \overrightarrow{GA} \\ &= \vec{q} - \vec{p} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(2) \overrightarrow{GM} (M は $\triangle OCE$ の重心)

$$\begin{aligned} &= \frac{\overrightarrow{GO} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GE}}{3} \\ &= \frac{\vec{r} + (\vec{q} - \vec{p}) + (-\vec{q})}{3} \\ &= -\frac{1}{3}\vec{p} + \frac{1}{3}\vec{r} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(3) \overrightarrow{GN} (N は AM を $n : (1-n)$ に内分する点)

$$\begin{aligned} &= (1-n)\overrightarrow{GA} + n\overrightarrow{GM} \\ &= (1-n)\vec{p} + n\left(-\frac{1}{3}\vec{p} + \frac{1}{3}\vec{r}\right) \\ &= \frac{3-4n}{3}\vec{p} + \frac{n}{3}\vec{r} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(4) \overrightarrow{OX} (X は BN を $x : (1-x)$ に内分する点)

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{GX} - \overrightarrow{GO} \\ &= (1-x)\overrightarrow{GB} + x\overrightarrow{GN} - \vec{r} \\ &= (1-x)\vec{q} + x\left(\frac{3-4n}{3}\vec{p} + \frac{n}{3}\vec{r}\right) - \vec{r} \\ &= \frac{(3-4n)x}{3}\vec{p} + (1-x)\vec{q} + \frac{nx-3}{3}\vec{r} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$