

反射テスト ベクトル 立体図形 平行六面体 01

1. 平行六面体 $ABCD - EFGH$ がある. $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$ とする. 次のベクトルを \vec{b} , \vec{d} , \vec{e} を用いて表せ.
(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) \overrightarrow{AC}

(2) \overrightarrow{CD}

(3) \overrightarrow{CH}

(4) \overrightarrow{GB}

(5) \overrightarrow{HB}

(6) \overrightarrow{AP}

ただし, 点 P は $\triangle BDE$ の重心

2. 平行六面体 $ABCD - EFGH$ がある. $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$ とする. 次のベクトルを \vec{b} , \vec{d} , \vec{e} を用いて表せ.
(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) \overrightarrow{AF}

(2) \overrightarrow{CB}

(3) \overrightarrow{CF}

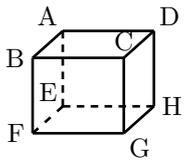
(4) \overrightarrow{GD}

(5) \overrightarrow{FD}

(6) \overrightarrow{AQ}
ただし, 点 Q は $\triangle CFH$ の重心

反射テスト ベクトル 立体図形 平行六面体 01 解答解説

1. 平行六面体 $ABCD - EFGH$ がある. $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AD} = \vec{d}$, $\vec{AE} = \vec{e}$ とする. 次のベクトルを \vec{b} , \vec{d} , \vec{e} を用いて表せ.
(S級 1分10秒, A級 2分, B級 3分, C級 4分)



★ 平行六面体 $ABCD - EFGH$

全ての面が平行四辺形の六面体であり, 対面が必ず平行になる.
直方体 $ABCD - EFGH$ をイメージして解いてもよい.

(1) \vec{AC}

$$\begin{aligned} &= \vec{AB} + \vec{AD} \\ &= \vec{b} + \vec{d} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(2) \vec{CD}

$$\begin{aligned} &= \vec{BA} \\ &= -\vec{AB} \\ &= -\vec{b} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(3) \vec{CH}

$$\begin{aligned} &= \vec{BE} \\ &= \vec{AE} - \vec{AB} \\ &= \vec{e} - \vec{b} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(4) \vec{GB}

$$\begin{aligned} &= -\vec{HA} \\ &= -(\vec{AD} + \vec{AE}) \\ &= -\vec{d} - \vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(5) \vec{HB}

$$\begin{aligned} &= \vec{AB} - \vec{AH} \\ &= \vec{b} - (\vec{d} + \vec{e}) \\ &= \vec{b} - \vec{d} - \vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(6) \vec{AP}

ただし, 点 P は $\triangle BDE$ の重心

★ 3点の重心を表すベクトルは3点の位置ベクトルの平均

$$\begin{aligned} \vec{AP} &= \frac{\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE}}{3} \\ &= \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{d} + \frac{1}{3}\vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★ これは $\frac{1}{3}\vec{AG}$ に等しい.

つまり点 P は対角線 AG を 1:2 に内分する.

2. 平行六面体 ABCD - EFGH がある. $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{d}$, $\overrightarrow{AE} = \vec{e}$ とする. 次のベクトルを \vec{b} , \vec{d} , \vec{e} を用いて表せ.
(S 級 1 分 10 秒, A 級 2 分, B 級 3 分, C 級 4 分)

(1) \overrightarrow{AF}

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} \\ &= \vec{b} + \vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(2) \overrightarrow{CB}

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{DA} \\ &= -\overrightarrow{AD} \\ &= -\vec{d} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(3) \overrightarrow{CF}

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{DE} \\ &= \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD} \\ &= \vec{e} - \vec{d} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(4) \overrightarrow{GD}

$$\begin{aligned} &= -\overrightarrow{FA} \\ &= -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE}) \\ &= -\vec{b} - \vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(5) \overrightarrow{FD}

$$\begin{aligned} &= \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AF} \\ &= \vec{d} - (\vec{b} + \vec{e}) \\ &= -\vec{b} + \vec{d} - \vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

(6) \overrightarrow{AQ}

ただし, 点 Q は $\triangle CFH$ の重心

★ 3 点の重心を表すベクトルは 3 点の位置ベクトルの平均

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AP} &= \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AH}}{3} \\ &= \frac{(\vec{b} + \vec{d}) + (\vec{e} + \vec{b}) + (\vec{d} + \vec{e})}{3} \\ &= \frac{2}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{d} + \frac{2}{3}\vec{e} \quad \dots \text{答え} \end{aligned}$$

★ これは $\frac{2}{3}\overrightarrow{AG}$ に等しい.

つまり点 P は対角線 AG を 2 : 1 に内分する.