

反射テスト ベクトル 成分表示 空間上の4点が同一平面 01

1. 4点 A, B, C, D が同一平面上にあるとき、実数 p の値を求めよ。(S 級 2 分 40 秒, A 級 3 分 20 秒, B 級 4 分 30 秒, C 級 6 分)

(1) $A(0, 1, 2), B(1, 2, 5), C(2, -1, 0), D(p, 0, 0)$

(2) $A(3, -2, 0), B(4, -1, 0), C(1, 1, -1), D(p, 1 - p, -1)$

2. 4点 A, B, C, D が同一平面上にあるとき, 実数 p の値を求めよ. (S 級 3 分 10 秒, A 級 4 分, B 級 5 分 20 秒, C 級 7 分)

(1) $A(1, 2, 3), B(1, p, 10), C(-3, 2, 4), D(2, 4, 1)$

(2) $A(p, 2, 1 - p), B(1, 5, 2), C(1, 3, -1), D(2, -3, 1)$

反射テスト ベクトル 成分表示 空間上の4点在同一平面 01 解答解説

1. 4点A, B, C, Dが同一平面上にあるとき、実数 p の値を求めよ。(S級2分40秒, A級3分20秒, B級4分30秒, C級6分)

★点Pが平面ABC上にある $\Leftrightarrow \vec{AP} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$ を満たす実数 s, t が存在する。

(1) $A(0, 1, 2), B(1, 2, 5), C(2, -1, 0), D(p, 0, 0)$

ある実数 s, t に対して、

$$\vec{AD} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow (p, -1, -2) = s(1, 1, 3) + t(2, -2, -2)$$

$$\Leftrightarrow p = s + 2t \text{ かつ } -1 = s - 2t \text{ かつ } -2 = 3s - 2t$$

$$-1 = s - 2t \text{ かつ } -2 = 3s - 2t \text{ を } s, t \text{ について解くと、 } s = -\frac{1}{2}, t = \frac{1}{4}$$

$$\therefore p = s + 2t = -\frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 0 \quad \dots\text{答え}$$

(2) $A(3, -2, 0), B(4, -1, 0), C(1, 1, -1), D(p, 1 - p, -1)$

ある実数 s, t に対して、

$$\vec{AD} = s\vec{AB} + t\vec{AC}$$

$$\Leftrightarrow (p - 3, 3 - p, -1) = s(1, 1, 0) + t(-2, 3, -1)$$

$$\Leftrightarrow p - 3 = s - 2t \text{ かつ } 3 - p = s + 3t \text{ かつ } -1 = -t$$

$$-1 = -t \Leftrightarrow t = 1$$

代入して、 $p - 3 = s - 2$ かつ $3 - p = s + 3$

$$\Leftrightarrow p = s + 1 \text{ かつ } -p = s$$

$$\Leftrightarrow p = -p + 1$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{1}{2} \quad \dots\text{答え}$$

2. 4点A,B,C,Dが同一平面上にあるとき、実数 p の値を求めよ。(S級3分10秒, A級4分, B級5分20秒, C級7分)

(1) $A(1, 2, 3), B(1, p, 10), C(-3, 2, 4), D(2, 4, 1)$

ある実数 s, t に対して、

$$\vec{AB} = s\vec{AC} + t\vec{AD}$$

$$\Leftrightarrow (0, p-2, 7) = s(-4, 0, 1) + t(1, 2, -2)$$

$$\Leftrightarrow 0 = -4s + t \text{ かつ } p-2 = 2t \text{ かつ } 7 = s - 2t$$

$0 = -4s + t$ かつ $7 = s - 2t$ を s, t について解くと、 $s = -1, t = -4$

$$p - 2 = 2t \Leftrightarrow p = 2t + 2$$

$$\therefore p = 2t + 2 = 2 \times (-4) + 2 = -6 \quad \dots\text{答え}$$

(2) $A(p, 2, 1-p), B(1, 5, 2), C(1, 3, -1), D(2, -3, 1)$

ある実数 s, t に対して、

$$\vec{BA} = s\vec{BC} + t\vec{BD}$$

$$\Leftrightarrow (p-1, -3, -1-p) = s(0, -2, -3) + t(1, -8, -1)$$

$$\Leftrightarrow p-1 = t \text{ かつ } -3 = -2s - 8t \text{ かつ } -1-p = -3s - t$$

$t = p - 1$ を代入して、 t を消去すると、

$$-3 = -2s - 8(p-1) \text{ かつ } -1-p = -3s - (p-1)$$

$$\Leftrightarrow -3 = -2s - 8p + 8 \text{ かつ } -1-p = -3s - p + 1$$

$$\Leftrightarrow 8p + 2s = 11 \text{ かつ } 3s = 2$$

$$\Leftrightarrow p = \frac{29}{24} \text{ かつ } s = \frac{2}{3}$$

$$\therefore p = \frac{29}{24} \quad \dots\text{答え}$$