

反射テスト ベクトル 成分表示 空間上の3点が一直線 01

1. 3点 A, B, C が一直線上にあるとき、実数 p, q の値を求めよ。(S級1分40秒, A級2分20秒, B級3分30秒, C級4分40秒)

(1) $A(0, 1, 2), B(3, 2, -5), C(p, q, 4)$

(2) $A(p, p + 1, 0), B(0, q, q + 1), C(1, 0, 1)$

2. 3点 A, B, C が一直線上にあるとき, p , q の値を求めよ. (S 級 2 分, A 級 2 分 50 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

(1) $A(2, 3, 4)$, $B(3, -2, -1)$, $C(p, q, 5)$

(2) $A(p, 1, p - 1)$, $B(q - 1, q, 1)$, $C(1, -1, 0)$

反射テスト ベクトル 成分表示 空間上の3点が一直線 01 解答解説

1. 3点A, B, Cが一直線上にあるとき, 実数 p, q の値を求めよ。(S級1分40秒, A級2分20秒, B級3分30秒, C級4分40秒)

★3点A, B, Cが一直線上にある $\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ を満たす実数 k が存在する.

☆ベクトルは計算しやすいものを選ぶ。

(1) $A(0, 1, 2), B(3, 2, -5), C(p, q, 4)$

$$\overrightarrow{AC} = (p - 0, q - 1, 4 - 2) = (p, q - 1, 2)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3 - 0, 2 - 1, -5 - 2) = (3, 1, -7)$$

題意から, ある実数 k に対して,

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow (p, q - 1, 2) = k(3, 1, -7)$$

$$\Leftrightarrow p = 3k \text{ かつ } q - 1 = k \text{ かつ } 2 = -7k$$

$$\Leftrightarrow p = 3k \text{ かつ } q = k + 1 \text{ かつ } k = -\frac{2}{7}$$

$$k = -\frac{2}{7} \text{ より,}$$

$$p = 3k = 3 \times \left(-\frac{2}{7}\right) = -\frac{6}{7}$$

$$q = k + 1 = -\frac{2}{7} + 1 = \frac{5}{7}$$

$$\therefore (p, q) = \left(-\frac{6}{7}, \frac{5}{7}\right) \quad \dots\text{答え}$$

(2) $A(p, p + 1, 0), B(0, q, q + 1), C(1, 0, 1)$

$$\overrightarrow{CA} = (p - 1, p + 1 - 0, 0 - 1) = (p - 1, p + 1, -1)$$

$$\overrightarrow{CB} = (0 - 1, q - 0, q + 1 - 1) = (-1, q, q)$$

題意から, ある実数 k に対して,

$$\overrightarrow{CA} = k\overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow (p - 1, p + 1, -1) = k(-1, q, q)$$

$$\Leftrightarrow p - 1 = -k \text{ かつ } p + 1 = kq \text{ かつ } -1 = kq$$

$$p + 1 = kq \text{ かつ } -1 = kq \quad \Leftrightarrow \quad p + 1 = -1 \quad \Leftrightarrow \quad p = -2$$

$$p - 1 = -k \text{ に代入して } -2 - 1 = -k \quad \Leftrightarrow \quad k = 3$$

$$-1 = kq \text{ に代入して } -1 = 3q \quad \Leftrightarrow \quad q = -\frac{1}{3}$$

$$\therefore (p, q) = \left(-2, -\frac{1}{3}\right) \quad \dots\text{答え}$$

2. 3点A,B,Cが一直線上にあるとき、 p 、 q の値を求めよ。(S級2分、A級2分50秒、B級4分、C級6分)

(1) $A(2, 3, 4)$, $B(3, -2, -1)$, $C(p, q, 5)$

$$\overrightarrow{AC} = (p-2, q-3, 5-4) = (p-2, q-3, 1)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3-2, -2-3, -1-4) = (1, -5, -5)$$

題意から、ある実数 k に対して、

$$\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$$

$$\Leftrightarrow (p-2, q-3, 1) = k(1, -5, -5)$$

$$\Leftrightarrow p-2 = k \text{ かつ } q-3 = -5k \text{ かつ } 1 = -5k$$

$$\Leftrightarrow p = k+2 \text{ かつ } q = -5k+3 \text{ かつ } k = -\frac{1}{5}$$

$$k = -\frac{1}{5} \text{ より,}$$

$$p = k+2 = \left(-\frac{1}{5}\right) + 2 = \frac{9}{5}$$

$$q = -5k+3 = -5 \times \left(-\frac{1}{5}\right) + 3 = 4$$

$$\therefore (p, q) = \left(\frac{9}{5}, 4\right) \quad \dots\text{答え}$$

(2) $A(p, 1, p-1)$, $B(q-1, q, 1)$, $C(1, -1, 0)$

$$\overrightarrow{CA} = (p-1, 1-(-1), p-1-0) = (p-1, 2, p-1)$$

$$\overrightarrow{CB} = (q-1-1, q-(-1), 1-0) = (q-2, q+1, 1)$$

題意から、ある実数 k に対して、

$$\overrightarrow{CA} = k\overrightarrow{CB}$$

$$\Leftrightarrow (p-1, 2, p-1) = k(q-2, q+1, 1)$$

$$\Leftrightarrow p-1 = k(q-2) \text{ かつ } 2 = k(q+1) \text{ かつ } p-1 = k$$

$$p-1 = k(q-2) \text{ かつ } p-1 = k \Leftrightarrow k(q-2) = k \Leftrightarrow k=0 \text{ 又は } q-2=1 \Leftrightarrow k=0 \text{ 又は } q=3$$

$k=0$ のとき $2 = k(q+1)$ を満たさないので不適当

$$q=3 \text{ のとき } p-1 = k \text{ かつ } 2 = 4k \text{ かつ } p-1 = k \Leftrightarrow k = \frac{1}{2} \text{ かつ } p = \frac{3}{2}$$

$$\therefore (p, q) = \left(\frac{3}{2}, 3\right) \quad \dots\text{答え}$$