

## 反射テスト ベクトル 成分表示 3点の座標から角度を求める 01

1. 次の角度を求めよ。(S級1分40秒, A級2分20秒, B級3分30秒, C級4分40秒)

(1)  $A(0, 1, 2)$ ,  $B(1, 2, 4)$ ,  $C(2, 1, 4)$  に対する  $\angle BAC$ .

(2)  $A(7, 2, -4)$ ,  $B(1, -2, 1)$ ,  $C(-2, 5, 3)$  に対する  $\angle ABC$ .

2. 次の角度を求めよ。(S級2分10秒, A級3分20秒, B級4分30秒, C級6分)

(1)  $A(3, -1, 0)$ ,  $B(6, -4, 0)$ ,  $C(2, 1, \sqrt{13})$  に対する  $\angle BAC$ .

(2)  $A(7, 3, -2)$ ,  $B(1, -1, 0)$ ,  $C(-2, -3, 1)$  に対する  $\angle ABC$ .

1. 次の角度を求めよ。(S級1分40秒, A級2分20秒, B級3分30秒, C級4分40秒)

★空間内の3点の座標から角度を求める

- ①  $|\vec{AB}|, |\vec{AC}|, \vec{AB} \cdot \vec{AC}$  を求める.  
 ②  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \angle BAC$  から  $\cos \angle BAC$  を求める.

(1)  $A(0, 1, 2), B(1, 2, 4), C(2, 1, 4)$  に対する  $\angle BAC$ .

$$\vec{AB} = (1 - 0, 2 - 1, 4 - 2) = (1, 1, 2)$$

$$\vec{AC} = (2 - 0, 1 - 1, 4 - 2) = (2, 0, 2)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 1 \times 2 + 1 \times 0 + 2 \times 2 = 6$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 2^2} = \sqrt{6}$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{2^2 + 0^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = |\vec{AB}| |\vec{AC}| \cos \angle BAC$$

$$\Leftrightarrow 6 = \sqrt{6} \times 2\sqrt{2} \times \cos \angle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle BAC = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$0^\circ \leq \angle BAC \leq 180^\circ \text{ より } \angle BAC = 30^\circ \quad \dots \text{答え}$$

(2)  $A(7, 2, -4), B(1, -2, 1), C(-2, 5, 3)$  に対する  $\angle ABC$ .

$$\vec{BA} = (7 - 1, 2 - (-2), -4 - 1) = (6, 4, -5)$$

$$\vec{BC} = (-2 - 1, 5 - (-2), 3 - 1) = (-3, 7, 2)$$

$$\vec{BA} \cdot \vec{BC} = 6 \times -3 + 4 \times 7 - 5 \times 2 = 0$$

$$\text{内積が0だから } \angle ABC = 90^\circ \quad \dots \text{答え}$$

2. 次の角度を求めよ。(S級2分10秒, A級3分20秒, B級4分30秒, C級6分)

(1)  $A(3, -1, 0)$ ,  $B(6, -4, 0)$ ,  $C(2, 1, \sqrt{13})$  に対する  $\angle BAC$ .

$$\overrightarrow{AB} = (6 - 3, -4 - (-1), 0 - 0) = (3, -3, 0)$$

$$\overrightarrow{AC} = (2 - 3, 1 - (-1), \sqrt{13} - 0) = (-1, 2, \sqrt{13})$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times (-1) + (-3) \times 2 + 0 \times \sqrt{13} = -9$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + 3^2 + 0^2} = 3\sqrt{2}$$

$$|\overrightarrow{AC}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + \sqrt{13}^2} = 3\sqrt{2}$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{AC}| \cos \angle BAC$$

$$\Leftrightarrow -9 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} \times \cos \angle BAC$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle BAC = -\frac{1}{2}$$

$$0^\circ \leq \angle BAC \leq 180^\circ \text{ より } \angle BAC = 120^\circ \quad \dots \text{答え}$$

(2)  $A(7, 3, -2)$ ,  $B(1, -1, 0)$ ,  $C(-2, -3, 1)$  に対する  $\angle ABC$ .

$$\overrightarrow{BA} = (7 - 1, 3 - (-1), -2 - 0) = (6, 4, -2)$$

$$\overrightarrow{BC} = (-2 - 1, -3 - (-1), 1 - 0) = (-3, -2, 1)$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 6 \times (-3) + 4 \times (-2) + (-2) \times 1 = -28$$

$$|\overrightarrow{BA}| = \sqrt{6^2 + 4^2 + (-2)^2} = 2\sqrt{9 + 4 + 1} = 2\sqrt{14}$$

$$|\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{9 + 4 + 1} = \sqrt{14}$$

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}| \cos \angle ABC$$

$$\Leftrightarrow -28 = 2\sqrt{14} \times \sqrt{14} \times \cos \angle ABC$$

$$\Leftrightarrow \cos \angle ABC = -1$$

$$0^\circ \leq \angle ABC \leq 180^\circ \text{ より } \angle ABC = 180^\circ \quad \dots \text{答え}$$