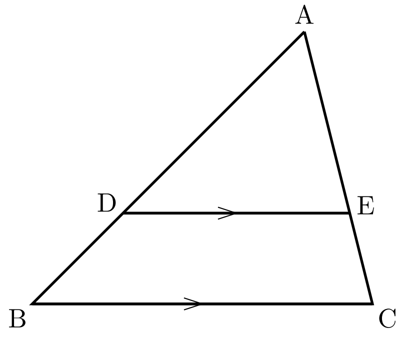
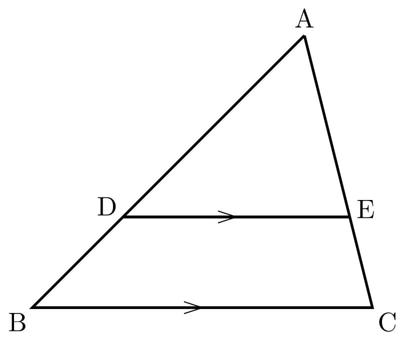
反射テスト　ベクトル　原点変換　三角形の内部の点　01

1.　次の条件を満たす点 P を線分 DE 上に線分比を用いて図示せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分 ）

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$

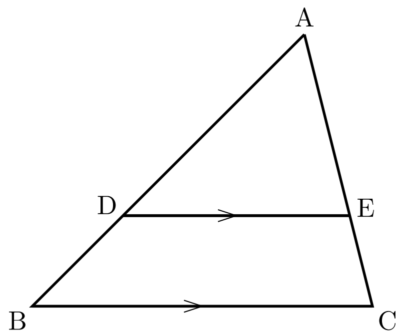


(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+2\overrightarrow{\mathrm{BP}}+3\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\vec{0}$

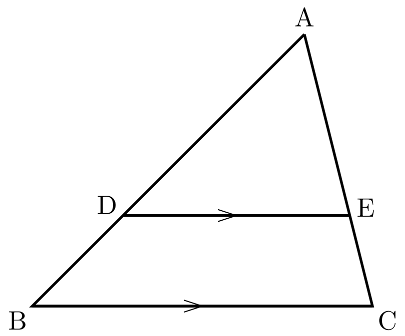


2. 次の条件を満たす点 P を線分 DE 上に線分比を用いて図示せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分 ）

(1) $2\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



(2) $3\overrightarrow{\mathrm{AP}}+5\overrightarrow{\mathrm{BP}}+2\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



反射テスト　ベクトル　始点変換　三角形の内部の点　01　解答解説

1.　次の条件を満たす点 P を線分 DE 上に線分比を用いて図示せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分 ）

★ 始点変換の典型例

△ABC に対して　$a\,\overrightarrow{\mathrm{AP}}+b\,\overrightarrow{\mathrm{BP}}+c\,\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$　が成立するとき,

与式　⇔　$a\,\overrightarrow{\mathrm{AP}}+b(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})+c(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})=\overrightarrow{0}$　⇔　$(a+b+c)\overrightarrow{\mathrm{AP}}=b\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+c\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

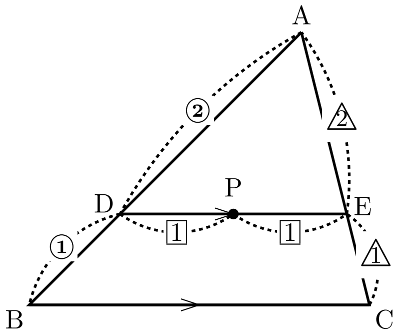
さらに $a+b+c\neq 0$ のとき,　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\dfrac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a+b+c}}\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a+b+c}}\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　…☆

☆この変換（ 原点を A にするイメージ ）により点 P の位置を特定できる.

ちなみに　$a+b+c=0$ のとき,　$b\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}+c\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$　⇔　$b\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}=-c\,\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

　ゆえに A, B, C が一直線上にあり, △ABC を作れないので仮定に反する.

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



与式

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})+(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})=\overrightarrow{0}$

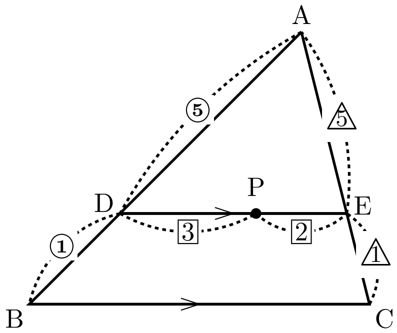
⇔　$3\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$

☆点 P は △ABC の重心である.

(2)　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+2\overrightarrow{\mathrm{BP}}+3\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



与式

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}+2(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})+3(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})=\overrightarrow{0}$

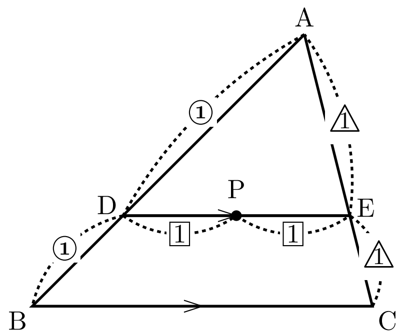
⇔　$6\overrightarrow{\mathrm{AP}}=2\overrightarrow{\mathrm{AB}}+3\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

⇔　$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{5}{6}\left(\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$

2.　次の条件を満たす点 P を線分 DE 上に線分比を用いて図示せよ.（ S 級 1 分 20 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分 ）

(1)　$2\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\overrightarrow{\mathrm{BP}}+\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



与式

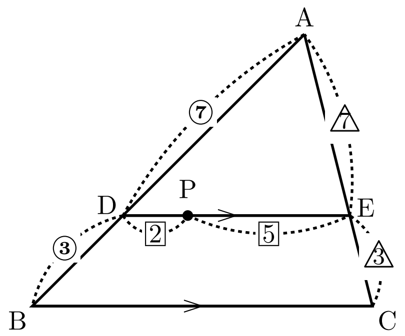
$$\Leftrightarrow\quad 2\overrightarrow{\mathrm{AP}}+(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})+(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})=\overrightarrow{0}$$

$$\Leftrightarrow\quad 4\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$$

(2)　$3\overrightarrow{\mathrm{AP}}+5\overrightarrow{\mathrm{BP}}+2\overrightarrow{\mathrm{CP}}=\overrightarrow{0}$



与式

$$\Leftrightarrow\quad 3\overrightarrow{\mathrm{AP}}+5(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})+2(\overrightarrow{\mathrm{AP}}-\overrightarrow{\mathrm{AC}})=\overrightarrow{0}$$

$$\Leftrightarrow\quad 10\overrightarrow{\mathrm{AP}}=5\overrightarrow{\mathrm{AB}}+2\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$$

$$\Leftrightarrow\quad \overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{7}{10}\left(\frac{5}{7}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\frac{2}{7}\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right)$$