# 反射テスト　ベクトル　ベクトル方程式　直線　02

**1.**　次のベクトル方程式が表す図形を例にならって示せ．どの図形においても定点 A, B, 動点 P の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$ , $\overrightarrow{b}$ , $\overrightarrow{p}$ とする．ただし原点は O とし，その位置ベクトルは $\overrightarrow{0}$ とする．　（ $S$ 級 1 分，$A$ 級 2 分 30 秒，$B$ 級 4 分，$C$ 級 6 分 ）

例 1　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p} = (1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$　⇒　**直線 AB**

例 2　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p} = \overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$　⇒　**点 A を通って直線 OB に平行な直線**

例 3　$\left(\overrightarrow{p} - \overrightarrow{a}\right)\cdot\overrightarrow{b} = 0$　⇒　**点 A を通って直線 OB に垂直な直線**

(1)　実数 $0 \leqq t \leqq 1$ に対して，$\overrightarrow{p} = (1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$

(2)　$\overrightarrow{p}\cdot\left(\overrightarrow{a} - \overrightarrow{b}\right) = 0$

(3)　$\overrightarrow{p} = t\left(\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}\right)$　（ただし $t$ は実数）

**2.** 次のベクトル方程式が表す図形を例にならって示せ．どの図形においても定点 A, B, 動点 P の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{p}$ とする．ただし原点は O とし，その位置ベクトルは $\overrightarrow{0}$ とする．（ $S$ 級 1 分，$A$ 級 2 分 30 秒，$B$ 級 4 分，$C$ 級 6 分 ）

例 1　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ **直線 AB**

例 2　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ **点 A を通って直線 OB に平行な直線**

例 3　$\left(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{a}\right)\cdot\overrightarrow{b}=0$ $\Rightarrow$ **点 A を通って直線 OB に垂直な直線**

(1)　実数 $t \leqq 1$ に対して，$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$

(2)　$\left|\overrightarrow{p}-\overrightarrow{a}\right|=\left|\overrightarrow{p}-\overrightarrow{b}\right|$

(3)　$\overrightarrow{p}=t\left(\dfrac{\overrightarrow{a}}{\left|\overrightarrow{a}\right|}+\dfrac{\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{b}\right|}\right)$　( ただし $t$ は実数 )

# 反射テスト　ベクトル　ベクトル方程式　直線　02　解答解説

**1.**　次のベクトル方程式が表す図形を例にならって示せ．どの図形においても定点 A, B, 動点 P の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{p}$ とする．ただし原点は O とし，その位置ベクトルは $\overrightarrow{0}$ とする．　（$S$ 級 1 分，$A$ 級 2 分 30 秒，$B$ 級 4 分，$C$ 級 6 分）

例 1　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$　⇒　**直線 AB**

例 2　実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$　⇒　**点 A を通って直線 OB に平行な直線**

例 3　$\left(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{a}\right)\cdot\overrightarrow{b}=0$　⇒　**点 A を通って直線 OB に垂直な直線**

**★ ベクトル方程式（直線）**

ある実数 $t$ を用いて，直線 AB 上の動点 P を表すベクトル方程式は，　$\boldsymbol{\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}}$

ある実数 $t$ を用いて，定点 A を通り，方向ベクトル $\overrightarrow{e}$ である直線上の動点 P を表すベクトル方程式は，　$\boldsymbol{\overrightarrow{p}=\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{e}}$

(1)　実数 $0\leqq t\leqq 1$ に対して，$\overrightarrow{p}=(1-t)\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}$

$t=0$ のとき，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{a}$
$t=1$ のとき，$\overrightarrow{p}=\overrightarrow{b}$

∴　**線分 AB　…答え**

(2)　$\overrightarrow{p}\cdot\left(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)=0$

$\Leftrightarrow\quad\left(\overrightarrow{p}-\overrightarrow{0}\right)\cdot\left(\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}\right)=0$

直線 PO と直線 AB が直交するから，**直線 AB と垂直で原点を通る直線　…答え**

(3)　$\overrightarrow{p}=t\left(\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}\right)$　（ただし $t$ は実数）

点 C の位置ベクトルを $\overrightarrow{c}$ として，$\overrightarrow{c}=\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$ とすると，
四角形 OACB は平行四辺形であり，直線 OP はその対角線 OC と一致するから，

∴　**原点と線分 AB の中点を結ぶ直線　…答え**
∴　**点 O を通る，△OAB の中線　…答え**

**2.** 次のベクトル方程式が表す図形を例にならって示せ．どの図形においても定点 A, B, 動点 P の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$ , $\overrightarrow{b}$ , $\overrightarrow{p}$ とする．ただし原点は O とし，その位置ベクトルは $\overrightarrow{0}$ とする． （ $S$ 級 1 分，$A$ 級 2 分 30 秒，$B$ 級 4 分，$C$ 級 6 分 ）

例 1 実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p} = (1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ **直線 AB**

例 2 実数 $t$ に対して，$\overrightarrow{p} = \overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$ $\Rightarrow$ **点 A を通って直線 OB に平行な直線**

例 3 $\left(\overrightarrow{p} - \overrightarrow{a}\right)\cdot\overrightarrow{b} = 0$ $\Rightarrow$ **点 A を通って直線 OB に垂直な直線**

(1) 実数 $t \leqq 1$ に対して，$\overrightarrow{p} = (1-t)\overrightarrow{a} + t\overrightarrow{b}$

$t = 1$ のとき，$\overrightarrow{p} = \overrightarrow{b}$

$\therefore$ **半直線 BA …答え**

☆ $0 \leqq t$ であれば半直線 AB である．

☆向きがわかりにくいのであれば，$\overrightarrow{a} = \overrightarrow{0}$ を代入して図示してみよう．点 A を原点に見立ててみれば，半直線のイメージがわかると思う．

(2) $\left|\overrightarrow{p} - \overrightarrow{a}\right| = \left|\overrightarrow{p} - \overrightarrow{b}\right|$

$\Leftrightarrow$ $\mathrm{PA} = \mathrm{PB}$

**線分 AB の垂直二等分線 …答え**

(3) $\overrightarrow{p} = t\left(\dfrac{\overrightarrow{a}}{\left|\overrightarrow{a}\right|} + \dfrac{\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{b}\right|}\right)$ （ただし $t$ は実数）

$\dfrac{\overrightarrow{a}}{\left|\overrightarrow{a}\right|}$ , $\dfrac{\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{b}\right|}$ は単位ベクトルであるから，

点 C の位置ベクトルを $\overrightarrow{c}$ として，$\overrightarrow{c} = \dfrac{\overrightarrow{a}}{\left|\overrightarrow{a}\right|} + \dfrac{\overrightarrow{b}}{\left|\overrightarrow{b}\right|}$ とすると，

直線 OC はひし形 OACB の対角線と一致する．

$\therefore$ **$\angle$AOB の二等分線 …答え**

☆平行，垂直，中線，二等分線などの表記を覚えておくのもいいだろう．ただし機械的に覚えるのではなく，イメージで覚えよう．