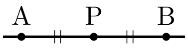
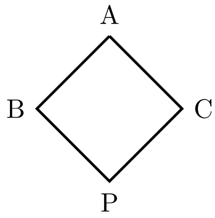
反射テスト　ベクトル　位置ベクトル　01

1.　次のどの図形においても頂点 A , B , C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とする. 点 P の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ. (S 級 1 分, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

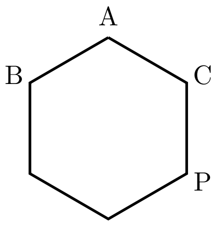
(1)



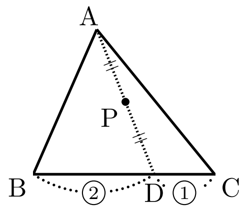
(2)　図は正方形



(3)　図は正六角形

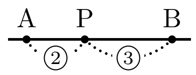


(4)

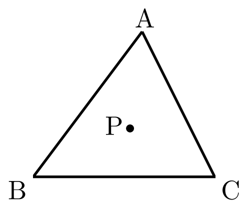


2. 次のどの図形においても頂点 A , B , C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とする. 点 P の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

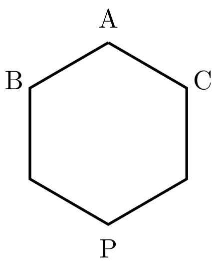
(1)



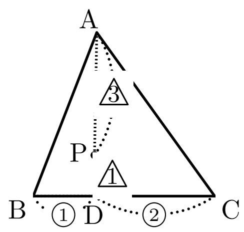
(2) 点 P は △ABC の重心



(3) 図は正六角形



(4)

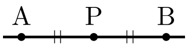


反射テスト　ベクトル　位置ベクトル　01　解答解説

1.　次のどの図形においても頂点 A , B , C の位置ベクトルをそれぞれ $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ とする. 点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ で表せ.（ S 級 1 分, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分 ）

★ 位置ベクトル
点 X の位置ベクトルが $\overrightarrow{\boldsymbol{x}}$ ⇔ どこかに適当においた原点 O に対して, $\overrightarrow{\mathrm{OX}} = \overrightarrow{\boldsymbol{x}}$

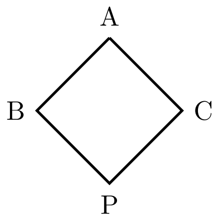
(1)



点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{p}$ とおく.
★点 P は線分 AB の中点

$$\overrightarrow{p} = \boldsymbol{\frac{\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}}{2}} \quad \cdots\textbf{答え}$$

(2)　図は正方形



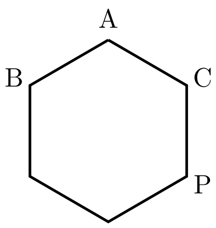
点 P の位置ベクトルを $\overrightarrow{p}$ とおく.
線分 AP と BC の中点が一致するから

$$\frac{\overrightarrow{a} + \overrightarrow{p}}{2} = \frac{\overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}}{2}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{a} + \overrightarrow{p} = \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}$$
$$\Leftrightarrow \overrightarrow{p} = \boldsymbol{-\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}} \quad \cdots\textbf{答え}$$

☆別解
どこかに適当に原点 O をおく.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BP}} = \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{AC}} \\ &= \overrightarrow{b} + (\overrightarrow{c} - \overrightarrow{a}) = -\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + \overrightarrow{c}\end{aligned}$$

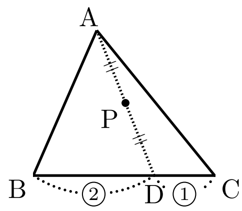
(3)　図は正六角形



どこかに適当に原点 O をおく.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{BP}} \\ &= \overrightarrow{\mathrm{OB}} + 2\overrightarrow{\mathrm{AC}} \\ &= \overrightarrow{b} + 2(\overrightarrow{c} - \overrightarrow{a}) \\ &= \boldsymbol{-2\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} + 2\overrightarrow{c}} \quad \cdots\textbf{答え}\end{aligned}$$

(4)

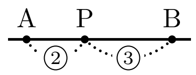


どこかに適当に原点 O をおく.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\mathrm{OP}} &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{AP}} \\ &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{AD}} \\ &= \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{\mathrm{OD}} - \overrightarrow{\mathrm{OA}}\right) \\ &= \overrightarrow{a} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{b} + \frac{2}{3}\overrightarrow{c}\right) - \frac{1}{2}\overrightarrow{a} \\ &= \boldsymbol{\frac{1}{2}\overrightarrow{a} + \frac{1}{6}\overrightarrow{b} + \frac{1}{3}\overrightarrow{c}} \quad \cdots\textbf{答え}\end{aligned}$$

2. 次のどの図形においても頂点 A, B, C の位置ベクトルをそれぞれ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ とする. 点 P の位置ベクトルを $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ で表せ. (S 級 1 分 10 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1)

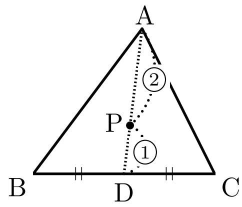


点 P の位置ベクトルを $\vec{p}$ とおく.

★点 P は線分 AB を 2 : 3 に内分

$$\vec{p} = \frac{3\vec{a}+2\vec{b}}{2+3}$$
$$= \boldsymbol{\frac{3\vec{a}+2\vec{b}}{5}} \quad \textbf{…答え}$$

(2) 点 P は △ABC の重心



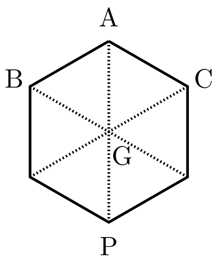
重心 P は図のような位置にあるから,

どこかに適当に原点 O をおくと,

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$$
$$= \overrightarrow{OA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$$
$$= \vec{a} + \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}\right)$$
$$= \vec{a} + \frac{2}{3}\overrightarrow{OD} - \frac{2}{3}\vec{a}$$
$$= \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3} \times \frac{\vec{b}+\vec{c}}{2}$$
$$= \boldsymbol{\frac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{3}} \quad \textbf{…答え}$$

★これは重心の公式として覚えておこう.

(3) 図は正六角形



どこかに適当に原点 O をおく.

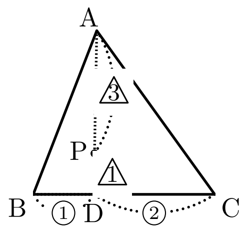
図のように G をとると,

ABGC が平行四辺形になるので,

$$\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$
$$= (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA})$$
$$= -2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{AG}$$
$$= \vec{a} + 2(-2\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$$
$$= \boldsymbol{-3\vec{a} + 2\vec{b} + 2\vec{c}} \quad \textbf{…答え}$$

(4)



どこかに適当に原点 O をおく.

$$\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AP}$$
$$= \overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AD}$$
$$= \overrightarrow{OA} + \frac{3}{4}\left(\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA}\right)$$
$$= \vec{a} + \frac{3}{4}\left(\frac{2}{3}\vec{b} + \frac{1}{3}\vec{c}\right) - \frac{3}{4}\vec{a}$$
$$= \boldsymbol{\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{4}\vec{c}} \quad \textbf{…答え}$$