

反射テスト ベクトル 成分表示 平行 01

1. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ であるとき, x の値を求めよ. ただし, 成分の範囲は実数とし, \vec{a}, \vec{b} 共に $\vec{0}$ ではないとする.

(S 級 45 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分 10 秒, C 級 3 分 20 秒)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, -6) \\ \vec{b} = (3, 2) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, x) \\ \vec{b} = (1, -3) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, -8) \\ \vec{b} = (-2, x) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (1, x) \\ \vec{b} = (x, x + 2) \end{cases}$$

2. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ であるとき, x の値を求めよ. ただし, 成分の範囲は実数とし, \vec{a}, \vec{b} 共に $\vec{0}$ ではないとする.

(S 級 45 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (9, x) \\ \vec{b} = (-6, 5) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, 5) \\ \vec{b} = (x, -4) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, -10) \\ \vec{b} = (6, x) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (3, 1-x) \\ \vec{b} = (x, x-4) \end{cases}$$

反射テスト ベクトル 成分表示 平行 01 解答解説

1. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ であるとき、 x の値を求めよ。ただし、成分の範囲は実数とし、 \vec{a}, \vec{b} 共に $\vec{0}$ ではないとする。
 (S級 45秒, A級 1分 20秒, B級 2分 10秒, C級 3分 20秒)

★ベクトルの平行

\vec{a} と \vec{b} が平行 \Leftrightarrow ある実数 t に対して、 $\vec{a} = t\vec{b}$ (ただし $t \neq 0$)

★ベクトルの成分を比較して連立方程式を作る。

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, -6) \\ \vec{b} = (3, 2) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(x, -6) = t(3, 2)$$

$$\Leftrightarrow x = 3t \text{ かつ } -6 = 2t$$

$$\Leftrightarrow t = -3 \text{ かつ } x = -9$$

$$\therefore x = -9 \quad \dots\text{答え}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, x) \\ \vec{b} = (1, -3) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(x, x) = t(1, -3)$$

$$\Leftrightarrow x = t \text{ かつ } x = -3t$$

x を消去すると、 $t = -3t \Leftrightarrow t = 0$
 よって、条件を満たす x は存在しない。

$$\therefore x \text{ は解なし} \quad \dots\text{答え}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, -8) \\ \vec{b} = (-2, x) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(x, -8) = t(-2, x)$$

$$\Leftrightarrow x = -2t \text{ かつ } -8 = tx$$

x を消去して、

$$-8 = -t \cdot (-2t)$$

$$\Leftrightarrow t^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow t = \pm 2$$

$$\therefore x = -2t = -2 \cdot (\pm 2) = \pm 4 \quad \dots\text{答え}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (1, x) \\ \vec{b} = (x, x+2) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(1, x) = t(x, x+2)$$

$$\Leftrightarrow 1 = tx \text{ かつ } x = t(x+2)$$

$$1 = tx \text{ より, } t \neq 0 \text{ かつ } x \neq 0$$

$$\therefore t = \frac{1}{x}$$

これを $x = t(x+2)$ に代入して、

$$x = \frac{1}{x}(x+2)$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + \frac{2}{x}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = x + 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)(x-2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1, 2 \quad \dots\text{答え}$$

2. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ であるとき、 x の値を求めよ。ただし、成分の範囲は実数とし、 \vec{a}, \vec{b} 共に $\vec{0}$ ではないとする。
(S級 45秒, A級 1分30秒, B級 2分30秒, C級 4分)

$$(1) \begin{cases} \vec{a} = (9, x) \\ \vec{b} = (-6, 5) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(9, x) = t(-6, 5)$$

$$\Leftrightarrow 9 = -6t \text{ かつ } x = 5t$$

$$\Leftrightarrow t = -\frac{3}{2} \text{ かつ } x = -\frac{15}{2}$$

$$\therefore x = -\frac{15}{2} \quad \dots \text{答え}$$

$$(2) \begin{cases} \vec{a} = (x, 5) \\ \vec{b} = (x, -4) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(x, 5) = t(x, -4)$$

$$\Leftrightarrow x = tx \text{ かつ } 5 = -4t$$

$$\Leftrightarrow tx - x = 0 \text{ かつ } t = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x(t - 1) = 0 \text{ かつ } t = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow \lceil x = 0 \text{ 又は } t = 1 \text{ かつ } t = -\frac{5}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ かつ } t = -\frac{5}{4}$$

$$\therefore x = 0 \quad \dots \text{答え}$$

☆直交座標平面上で縦の線になるイメージ。

$$(3) \begin{cases} \vec{a} = (x, -10) \\ \vec{b} = (6, x) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(x, -10) = t(6, x)$$

$$\Leftrightarrow x = 6t \text{ かつ } -10 = tx$$

x を消去して、

$$-10 = t \cdot 6t$$

$$\Leftrightarrow t^2 = -\frac{5}{3}$$

t は実数だから解はない。

$$\therefore x \text{ は解なし} \quad \dots \text{答え}$$

$$(4) \begin{cases} \vec{a} = (3, 1-x) \\ \vec{b} = (x, x-4) \end{cases}$$

\vec{a} と \vec{b} が平行だから、
 $\vec{a} = t\vec{b}$ を満たす実数 t がある。

$$(3, 1-x) = t(x, x-4)$$

$$\Leftrightarrow 3 = tx \text{ かつ } 1-x = t(x-4)$$

$$3 = tx \text{ より, } t \neq 0 \text{ かつ } x \neq 0$$

$$\therefore t = \frac{3}{x}$$

これを $1-x = t(x-4)$ に代入して、

$$1-x = \frac{3}{x}(x-4)$$

$$\Leftrightarrow 1-x = 3 - \frac{12}{x}$$

$$\Leftrightarrow x - x^2 = 3x - 12$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \pm \sqrt{13} \quad \dots \text{答え}$$