

反射テスト ベクトル 内積 成分表示 01

1. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ. ただし成分の範囲は実数とし, 因数分解できる場合は因数分解せよ.

(S 級 50 秒, A 級 1 分 20 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, -6) \\ \vec{b} = (3, 5) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, 1-x) \\ \vec{b} = (1, -3) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (a, a+b) \\ \vec{b} = (a+b, b) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (t+1, t^2) \\ \vec{b} = (t-2, t+1) \end{cases}$$

2. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ. ただし成分の範囲は実数とし, 因数分解できる場合は因数分解せよ.

(S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (6, -9) \\ \vec{b} = (-5, -3) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, x) \\ \vec{b} = (1 - x, x) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (a + 1, 3a) \\ \vec{b} = (a^2 - a + 1, a + 1) \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (t - 1, t^2) \\ \vec{b} = (2 - t, 1 - t) \end{cases}$$

反射テスト ベクトル 内積 成分表示 01 解答解説

1. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ. ただし成分の範囲は実数とし, 因数分解できる場合は因数分解せよ.

(S級 50秒, A級 1分20秒, B級 2分, C級 3分)

★ベクトルの内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$

ベクトルの成分 $\begin{cases} \vec{a} = (a_1, a_2) \\ \vec{b} = (b_1, b_2) \end{cases} \Rightarrow$ 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$

★ベクトルの内積はスカラー

内積の演算結果は **ベクトルではない**. 結果は単なる数 (スカラー) になる.

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, -6) \\ \vec{b} = (3, 5) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (4, -6) \cdot (3, 5) \\ &= 4 \times 3 + (-6) \times 5 \\ &= 12 - 30 \\ &= -18 \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (x, 1-x) \\ \vec{b} = (1, -3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x, 1-x) \cdot (1, -3) \\ &= x \times 1 + (1-x) \times (-3) \\ &= x - 3(1-x) \\ &= x - 3 + 3x \\ &= 4x - 3 \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (a, a+b) \\ \vec{b} = (a+b, b) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (a, a+b) \cdot (a+b, b) \\ &= a \times (a+b) + (a+b) \times b \\ &= a(a+b) + (a+b)b \\ &= a^2 + ab + ab + b^2 \\ &= a^2 + 2ab + b^2 \\ &= (a+b)^2 \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (t+1, t^2) \\ \vec{b} = (t-2, t+1) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (t+1, t^2) \cdot (t-2, t+1) \\ &= (t+1) \times (t-2) + t^2 \times (t+1) \\ &= (t+1)\{(t-2) + t^2\} \\ &= (t+1)(t^2 + t - 2) \\ &= (t+1)(t+2)(t-1) \quad \dots\text{答え} \end{aligned}$$

2. $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めよ. ただし成分の範囲は実数とし, 因数分解できる場合は因数分解せよ.

(S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (6, -9) \\ \vec{b} = (-5, -3) \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (6, -9) \cdot (-5, -3)$$

$$= 6 \times (-5) + (-9) \times (-3)$$

$$= -30 + 27$$

$$= -3 \quad \dots \text{答え}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, x) \\ \vec{b} = (1-x, x) \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (4, x) \cdot (1-x, x)$$

$$= 4 \times (1-x) + x \times x$$

$$= 4 - 4x + x^2$$

$$= (x-2)^2 \quad \dots \text{答え}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \vec{a} = (a+1, 3a) \\ \vec{b} = (a^2 - a + 1, a+1) \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (a+1, 3a) \cdot (a^2 - a + 1, a+1)$$

$$= (a+1) \times (a^2 - a + 1) + 3a \times (a+1)$$

$$= a^3 + 1 + 3a^2 + 3a$$

$$= (a+1)^3 \quad \dots \text{答え}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (t-1, t^2) \\ \vec{b} = (2-t, 1-t) \end{cases}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = (t-1, t^2) \cdot (2-t, 1-t)$$

$$= (t-1) \times (2-t) + t^2 \times (1-t)$$

$$= (t-1) \times (2-t) - t^2 \times (t-1)$$

$$= (t-1)\{(2-t) - t^2\}$$

$$= -(t-1)(t^2 + t - 2)$$

$$= -(t-1)(t+2)(t-1)$$

$$= -(t+2)(t-1)^2 \quad \dots \text{答え}$$