

反射テスト ベクトル 成分表示 基礎 01

1. 次の計算をせよ. ただし成分の範囲は実数とする. (S級1分30秒, A級2分, B級2分50秒, C級3分30秒)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (5, 2) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} + \vec{b}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-5, 12) \\ \vec{b} = (-8, -9) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} - \vec{b}$$

$$(3) \quad \vec{a} = (3, 9) \quad \text{のとき} \quad 5\vec{a}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (2, -3) \\ \vec{b} = (-4, 1) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad 5\vec{a} - 6\vec{b}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, 1) \\ \vec{b} = (3, 2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad s\vec{a} + (1-s)\vec{b}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \vec{a} = (p, p^2) \\ \vec{b} = (p-1, 1-p) \\ \vec{c} = (2p, (p+1)^2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad 3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$$

2. 次の計算をせよ. ただし成分の範囲は実数とする. (S級2分10秒, A級3分, B級4分, C級5分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (7, -1) \\ \vec{b} = (5, 2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} + \vec{b}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-3, 8) \\ \vec{b} = (6, -2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} - \vec{b}$$

$$(3) \quad \vec{a} = (6, -4) \quad \text{のとき} \quad -7\vec{a}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-1, -5) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \vec{a} = (5, -2) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad (1-s)\vec{a} + s\vec{b}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \vec{a} = (p, p^2) \\ \vec{b} = (-p-1, (p-1)^2) \\ \vec{c} = (1-p, (p+1)^2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c}$$

反射テスト ベクトル 成分表示 基礎 01 解答解説

1. 次の計算をせよ. ただし成分の範囲は実数とする. (S級1分30秒, A級2分, B級2分50秒, C級3分30秒)

★ベクトル成分の計算

- ① 和差 $(a_1, a_2) \pm (b_1, b_2) = (a_1 \pm b_1, a_2 \pm b_2)$
② 定数倍 $k(a_1, a_2) = (ka_1, ka_2)$

☆このような計算が成り立つことを **線形性 (linearity)** をもつという.

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (5, 2) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \text{ のとき } \vec{a} + \vec{b}$$

$$\begin{aligned} & \vec{a} + \vec{b} \\ &= (5, 2) + (-3, 4) \\ &= (5 + (-3), 2 + 4) \\ &= (2, 6) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-5, 12) \\ \vec{b} = (-8, -9) \end{cases} \text{ のとき } \vec{a} - \vec{b}$$

$$\begin{aligned} & \vec{a} - \vec{b} \\ &= (-5, 12) - (-8, -9) \\ &= ((-5) - (-8), 12 - (-9)) \\ &= (3, 21) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \vec{a} = (3, 9) \text{ のとき } 5\vec{a}$$

$$\begin{aligned} & 5\vec{a} \\ &= 5(3, 9) \\ &= (5 \times 3, 5 \times 9) \\ &= (15, 45) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (2, -3) \\ \vec{b} = (-4, 1) \end{cases} \text{ のとき } 5\vec{a} - 6\vec{b}$$

$$\begin{aligned} & 5\vec{a} - 6\vec{b} \\ &= 5(2, -3) - 6(-4, 1) \\ &= (10, -15) + (24, -6) \\ &= (34, -21) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \vec{a} = (4, 1) \\ \vec{b} = (3, 2) \end{cases} \text{ のとき } s\vec{a} + (1-s)\vec{b}$$

$$\begin{aligned} & s\vec{a} + (1-s)\vec{b} \\ &= s(4, 1) + (1-s)(3, 2) \\ &= (4s, s) + (3-3s, 2-2s) \\ &= (3+s, 2-s) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \vec{a} = (p, p^2) \\ \vec{b} = (p-1, 1-p) \\ \vec{c} = (2p, (p+1)^2) \end{cases} \text{ のとき } 3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c}$$

$$\begin{aligned} & 3\vec{a} - 2\vec{b} - \vec{c} \\ &= 3(p, p^2) - 2(p-1, 1-p) - (2p, (p+1)^2) \\ &= (3p, 3p^2) + (-2p+2, -2+2p) - (2p, p^2+2p+1) \\ &= (-p+2, 2p^2-3) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

2. 次の計算をせよ。ただし成分の範囲は実数とする。(S級2分10秒, A級3分, B級4分, C級5分)

$$(1) \quad \begin{cases} \vec{a} = (7, -1) \\ \vec{b} = (5, 2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} + \vec{b}$$

$$\begin{aligned} & \vec{a} + \vec{b} \\ &= (7, -1) + (5, 2) \\ &= (7+5, (-1)+2) \\ &= (12, 1) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-3, 8) \\ \vec{b} = (6, -2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \vec{a} - \vec{b}$$

$$\begin{aligned} & \vec{a} - \vec{b} \\ &= (-3, 8) - (6, -2) \\ &= ((-3)-6, 8-(-2)) \\ &= (-9, 10) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(3) \quad \vec{a} = (6, -4) \quad \text{のとき} \quad -7\vec{a}$$

$$\begin{aligned} & -7\vec{a} \\ &= -7(6, -4) \\ &= ((-7) \times 6, (-7) \times (-4)) \\ &= (-42, 28) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \vec{a} = (-1, -5) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2}\vec{a} - \frac{2}{3}\vec{b} \\ &= \frac{1}{2}(-1, -5) - \frac{2}{3}(-3, 4) \\ &= \left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right) + \left(2, -\frac{8}{3}\right) \\ &= \left(\frac{3}{2}, -\frac{31}{6}\right) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(5) \quad \begin{cases} \vec{a} = (5, -2) \\ \vec{b} = (-3, 4) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad (1-s)\vec{a} + s\vec{b}$$

$$\begin{aligned} & s\vec{a} + (1-s)\vec{b} \\ &= (1-s)(5, -2) + s(-3, 4) \\ &= (5-5s, -2+2s) + (-3s, 4s) \\ &= (5-8s, -2+6s) \quad \cdots \text{答え} \end{aligned}$$

$$(6) \quad \begin{cases} \vec{a} = (p, p^2) \\ \vec{b} = (-p-1, (p-1)^2) \\ \vec{c} = (1-p, (p+1)^2) \end{cases} \quad \text{のとき} \quad 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c}$$

$$\begin{aligned} & 2\vec{a} - \vec{b} - 3\vec{c} \\ &= 2(p, p^2) - (-p-1, (p-1)^2) - 3(1-p, (p+1)^2) \\ &= (2p, 2p^2) + (p+1, -p^2+2p-1) + (-3+3p, -3p^2-6p-3) \\ &= (6p-2, -2p^2-4p-4) \quad \cdots \text{答え} \\ &= 2(3p-1, -p^2-2p-2) \quad \cdots \text{別解} \end{aligned}$$