

反射テスト 解析 領域 最大最小 01

1. 次の問に答えよ. (S 級 2 分, A 級 3 分 30 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) $|x| \leq 1$ かつ $|y| \leq 1$

を満たす実数 (x, y) に対して, $x + 2y$ の最大値, 最小値を求めよ.

(2) 実数 x, y が不等式 $y \geq 0$, $x \leq 6$, $2x - y \geq 6$

を満たすとき, $x^2 + y^2$ の最大値, 最小値を求めよ.

2. 次の間に答えよ. (S 級 2 分 15 秒, A 級 3 分 50 秒, B 級 6 分, C 級 8 分)

(1) $|x - 4| \leq 1$ かつ $|y - 3| \leq 1$

を満たす実数 (x, y) に対して, $2x - y$ の最大値, 最小値を求めよ.

(2) 実数 x, y が不等式 $x + y \geq 4$, $5x - y \leq 20$, $5y - x \leq 20$

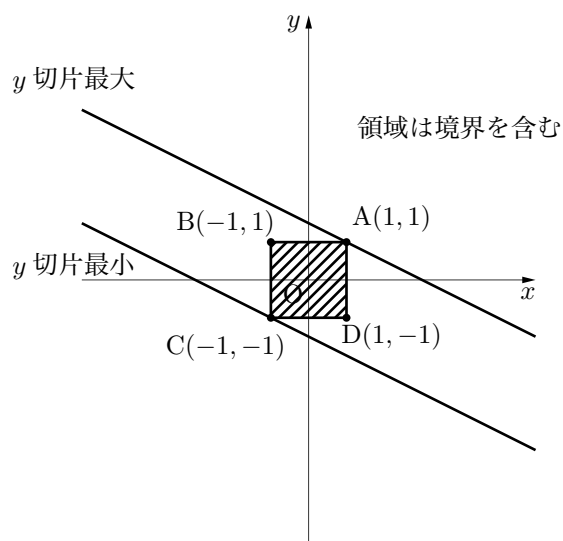
を満たすとき, $x^2 + y^2$ の最大値, 最小値を求めよ.

反射テスト 解析 領域 最大最小 01 解答解説

1. 次の問に答えよ。(S級2分, A級3分30秒, B級5分, C級7分)

(1) $|x| \leq 1$ かつ $|y| \leq 1$

を満たす実数 (x, y) に対して, $x + 2y$ の最大値, 最小値を求めよ.



$$|x| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$|y| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1$$

これらの不等式を満たす領域は左図 (境界を含む) のようになる.

$$x + 2y = k \text{ とおくと, } y = -\frac{1}{2}x + \frac{k}{2} \text{ と変形できる.}$$

この方程式は傾き $-\frac{1}{2}$ で y 切片が $\frac{k}{2}$ の直線を表す.

左図から傾き $-\frac{1}{2}$ の直線の y 切片の最大・最小はそれぞれ点 A, C を通るときであるから,

$$A(1, 1) \Rightarrow k = x + 2y = 1 + 2 \times 1 = 3$$

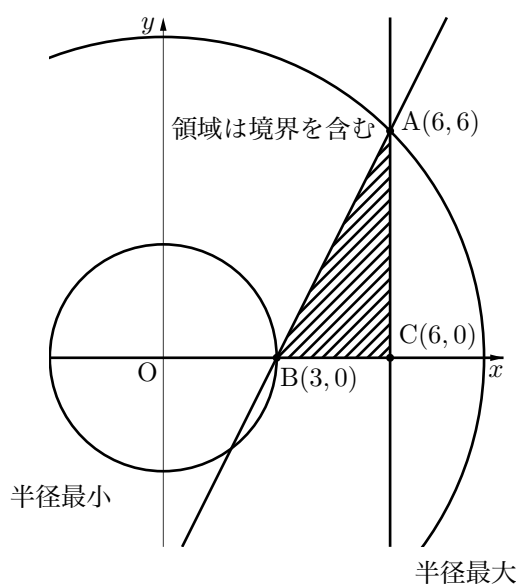
$$C(-1, -1) \Rightarrow k = x + 2y = -1 + 2 \times (-1) = -3$$

$(x, y) = (1, 1)$ のとき, 最大値 3

$(x, y) = (-1, -1)$ のとき, 最小値 -3

(2) 実数 x, y が不等式 $y \geq 0, x \leq 6, 2x - y \geq 6$

を満たすとき, $x^2 + y^2$ の最大値, 最小値を求めよ.



これらの不等式を満たす領域は左図 (境界を含む) のようになる.

$$x^2 + y^2 = k \text{ とおくと, この方程式は中心を原点とする半径 } \sqrt{k} \text{ の円を表す.}$$

左図から半径の最大・最小はそれぞれ

点 A, B を通るときであるから,

k の最大・最小もそれぞれ点 A, B を通るときである.

$$A(6, 6) \Rightarrow k = x^2 + y^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

$$B(3, 0) \Rightarrow k = x^2 + y^2 = 3^2 + 0^2 = 9$$

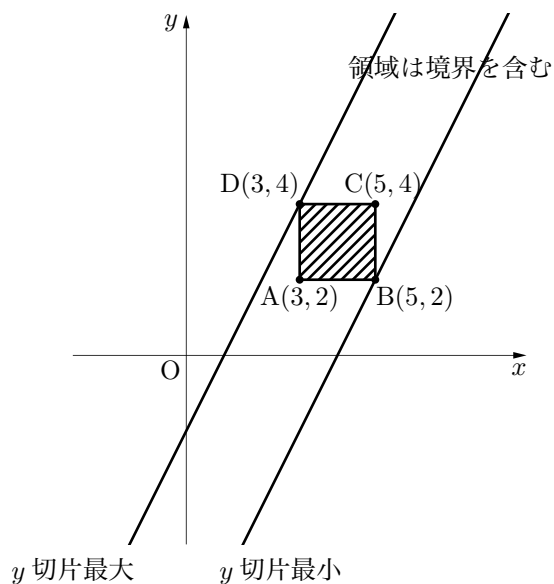
$(x, y) = (6, 6)$ のとき, 最大値 72

$(x, y) = (3, 0)$ のとき, 最小値 9

2. 次の問に答えよ。(S級2分15秒, A級3分50秒, B級6分, C級8分)

(1) $|x-4| \leq 1$ かつ $|y-3| \leq 1$

を満たす実数 (x, y) に対して, $2x - y$ の最大値, 最小値を求めよ.



$$|x-4| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq x-4 \leq 1 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 5$$

$$|y-3| \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y-3 \leq 1 \Leftrightarrow 2 \leq y \leq 4$$

これらの不等式を満たす領域は左図 (境界を含む) のようになる.

$2x - y = k$ とおくと, $y = 2x - k$ と変形できる.

この方程式は傾き 2 で y 切片が $-k$ の直線を表す.

左図から傾き 2 の直線の y 切片の最大・最小はそれぞれ点 D, B を通るときであるから,

k の最大・最小はそれぞれ点 B, D を通るときである.

$$D(3, 4) \Rightarrow k = 2x - y = 2 \times 3 - 4 = 2$$

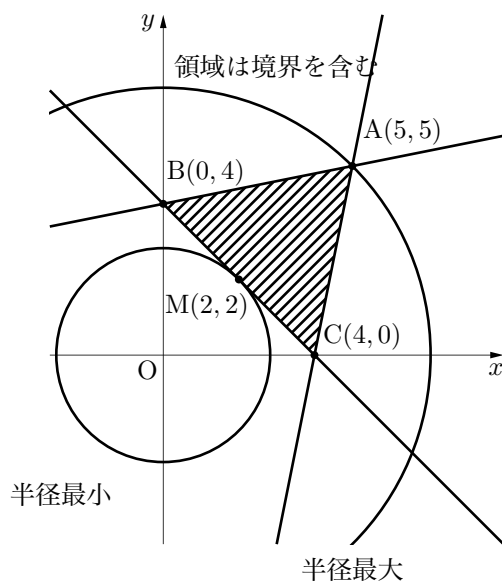
$$B(5, 2) \Rightarrow k = 2x - y = 2 \times 5 - 2 = 8$$

$(x, y) = (5, 2)$ のとき, 最大値 8

$(x, y) = (3, 4)$ のとき, 最小値 2

(2) 実数 x, y が不等式 $x + y \geq 4$, $5x - y \leq 20$, $5y - x \leq 20$

を満たすとき, $x^2 + y^2$ の最大値, 最小値を求めよ.



これらの不等式を満たす領域は左図 (境界を含む) のようになる.

$x^2 + y^2 = k$ とおくと, この方程式は中心を原点とする半径 $\sqrt{k}$ の円を表す.

直線 BC の傾きが -1 なので, BC の中点を M とすれば,

左図から半径の最大・最小はそれぞれ

点 A, M を通るときであるから,

k の最大・最小もそれぞれ点 A, M を通るときである.

$$A(5, 5) \Rightarrow k = x^2 + y^2 = 5^2 + 5^2 = 50$$

$$M(2, 2) \Rightarrow k = x^2 + y^2 = 2^2 + 2^2 = 8$$

$(x, y) = (5, 5)$ のとき, 最大値 50

$(x, y) = (2, 2)$ のとき, 最小値 8