

反射テスト 解析 不等式と必要十分条件の図示 01

1. 次の不等式が成立するための必要十分条件を求め、 ab 座標平面に図示せよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) $|a + b| \geq |a - b|$

(2) $a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 < a + b$

2. 次の不等式が成立するための必要十分条件を求め, ab 座標平面に図示せよ.

(S 級 3 分, A 級 4 分 30 秒, B 級 6 分 20 秒, C 級 9 分)

(1) $|a + b - 1| \leq |a - b|$

(2) $a^2 + b^2 < b(a^2 + 1)$

反射テスト 解析 不等式と必要十分条件の図示 01 解答解説

1. 次の不等式が成立するための必要十分条件を求め、 ab 座標平面に図示せよ.

(S 級 2 分, A 級 3 分 20 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

★ 必要十分条件

本来、必要性と十分性を両方証明することが望ましい.

「 $\Leftrightarrow$ 」を用いて証明する場合は、ちゃんと戻れるか確かめながら論理を進めなければならない.

$$(1) \quad |a+b| \geq |a-b|$$

$$(2) \quad a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 < a + b$$

$$\Leftrightarrow |a+b|^2 - |a-b|^2 \geq 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

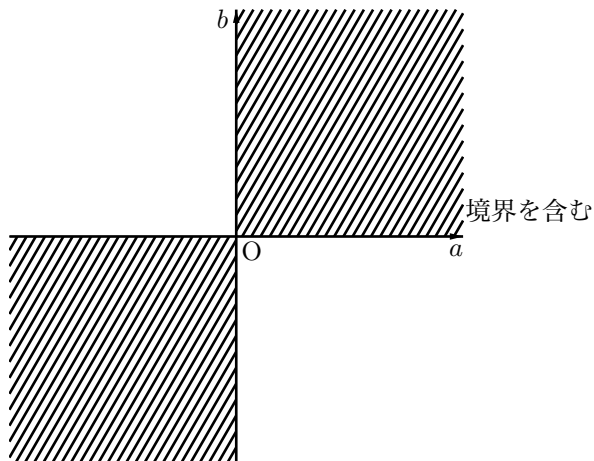
$$\Leftrightarrow (a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow ab \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \text{「} a \geq 0 \text{ かつ } b \geq 0 \text{」}$$

$$\text{又は「} a \leq 0 \text{ かつ } b \leq 0 \text{」}$$

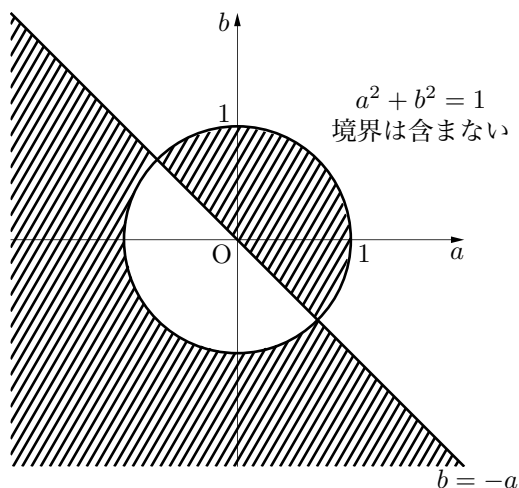


$$\Leftrightarrow a^2(a+b) + b^2(a+b) - (a+b) < 0$$

$$\Leftrightarrow (a+b)(a^2 + b^2 - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow \text{「} a+b > 0 \text{ かつ } a^2 + b^2 < 1 \text{」}$$

$$\text{又は「} a+b < 0 \text{ かつ } a^2 + b^2 > 1 \text{」}$$



★ A, B 共に 0 以上であるならば,

$$A \geq B \quad \Leftrightarrow \quad A^2 \geq B^2$$

2. 次の不等式が成立するための必要十分条件を求め, ab 座標平面に図示せよ.

(S 級 3 分, A 級 4 分 30 秒, B 級 6 分 20 秒, C 級 9 分)

(1) $|a + b - 1| \leq |a - b|$

(2) $a^2 + b^2 < b(a^2 + 1)$

$$\Leftrightarrow |a - b|^2 - |a + b - 1|^2 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 + b^2 + 1 + 2ab - 2b - 2a) \geq 0$$

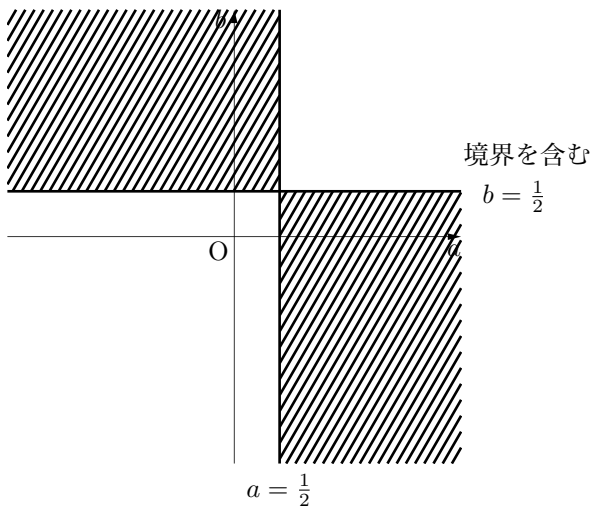
$$\Leftrightarrow -4ab + 2a + 2b - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 4ab - 2a - 2b + 1 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (2a - 1)(2b - 1) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \text{「} a \geq \frac{1}{2} \text{ かつ } b \leq \frac{1}{2} \text{」}$$

$$\text{又は「} a \leq \frac{1}{2} \text{ かつ } b \geq \frac{1}{2} \text{」}$$



$$\Leftrightarrow a^2b + b - a^2 - b^2 > 0$$

$$\Leftrightarrow a^2(b - 1) - b(b - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - b)(b - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow \text{「} a^2 > b \text{ かつ } b > 1 \text{」}$$

$$\text{又は「} a^2 < b \text{ かつ } b < 1 \text{」}$$

