

反射テスト 解析 軌跡 媒介変数 01

1. 点 P の描く軌跡の方程式を求めよ. (S 級 30 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) 実数 t に対して, 点 $P(t+3, 2t-9)$

(2) 実数 $t > 0$ に対して, 点 $P\left(t + \frac{1}{t}, t^2 + \frac{1}{t^2}\right)$

2. 点 P の描く軌跡の方程式を求めよ. (S 級 35 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) 実数 t に対して, 点 $P(t-3, 7-2t)$

(2) 実数 $t > 0$ に対して, 点 $P\left(t + \frac{1}{t}, t^3 + \frac{1}{t^3}\right)$

反射テスト 解析 軌跡 媒介変数 01 解答解説

1. 点 P の描く軌跡の方程式を求めよ. (S 級 30 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) 実数 t に対して, 点 $P(t+3, 2t-9)$

点 P の座標を (X, Y) とおく.

$$X = t + 3 \quad Y = 2t - 9$$

★ 媒介変数を消去⇒軌跡の方程式

$$X = t + 3 \quad \Leftrightarrow \quad t = X - 3$$

$$\therefore Y = 2(X - 3) - 9$$

$$\Leftrightarrow Y = 2X - 15$$

よって, 点 P の軌跡は

直線 $y = 2x - 15$

(2) 実数 $t > 0$ に対して, 点 $P\left(t + \frac{1}{t}, t^2 + \frac{1}{t^2}\right)$

点 P の座標を (X, Y) とおく.

$$X = t + \frac{1}{t} \quad Y = t^2 + \frac{1}{t^2}$$

★ 変域の確認

相加平均と相乗平均の関係から

$$t > 0 \quad \Rightarrow \quad X = t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}} = 2$$

$$\therefore X \geq 2$$

★ 媒介変数を消去⇒軌跡の方程式

$$\begin{aligned} Y &= t^2 + \frac{1}{t^2} \\ &= \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 - 2 \\ &= X^2 - 2 \end{aligned}$$

よって, 点 P の軌跡は

放物線 $y = x^2 - 2 \quad (2 \leq x)$

2. 点 P の描く軌跡の方程式を求めよ. (S 級 30 秒, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

(1) 実数 t に対して, 点 $P(t-3, 7-2t)$

点 P の座標を (X, Y) とおく.

$$X = t - 3 \quad Y = 7 - 2t$$

★ 媒介変数を消去⇒軌跡の方程式

$$X = t - 3 \quad \Leftrightarrow \quad t = X + 3$$

$$\therefore Y = 7 - 2(X + 3)$$

$$\Leftrightarrow Y = -2X + 1$$

よって, 点 P の軌跡は

直線 $y = -2x + 1$

(2) 実数 $t > 0$ に対して, 点 $P\left(t + \frac{1}{t}, t^3 + \frac{1}{t^3}\right)$

点 P の座標を (X, Y) とおく.

$$X = t + \frac{1}{t} \quad Y = t^3 + \frac{1}{t^3}$$

★ 変域の確認

相加平均と相乗平均の関係から

$$t > 0 \quad \Rightarrow \quad X = t + \frac{1}{t} \geq 2\sqrt{t \cdot \frac{1}{t}} = 2$$

$$\therefore X \geq 2$$

★ 媒介変数を消去⇒軌跡の方程式

$$Y = t^3 + \frac{1}{t^3}$$

$$= \left(t + \frac{1}{t}\right)^3 - 3\left(t + \frac{1}{t}\right)$$

$$= X^3 - 3X$$

よって, 点 P の軌跡は

3 次曲線 $y = x^3 - 3x \quad (2 \leq x)$