

反射テスト 解析 円の接線の方程式 01

1. 円上に点 P がある. 点 P を通る接線の方程式を求めよ. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 5^2 \\ \text{点 P} & P(4, 3) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x-1)^2 + (y-2)^2 = 1^2 \\ \text{点 P} & P\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}, \frac{4-\sqrt{2}}{2}\right) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 2^2 \\ \text{点 P の } x \text{ 座標} & 1 \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x+1)^2 + y^2 = 3^2 \\ \text{点 P の } y \text{ 座標} & 2 \end{cases}$$

2. 円上に点 P がある. 点 P を通る接線の方程式を求めよ. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 5^2 \\ \text{点 P} & P(-3, 4) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1^2 \\ \text{点 P} & P\left(\frac{4-\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 2^2 \\ \text{点 P の } x \text{ 座標} & -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$(4) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + (y-1)^2 = 4^2 \\ \text{点 P の } y \text{ 座標} & 3 \end{cases}$$

反射テスト 解析 円の接線の方程式 01 解答解説

1. 円上に点 P がある. 点 P を通る接線の方程式を求めよ. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

★円の方程式 (中心 (a, b) , 半径 r) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

この上にある点 (p, q) は, $(p - a)^2 + (q - b)^2 = r^2$ を満たす.

★円の接線の方程式

$x^2 + y^2 = r^2$ 上にある点 (p, q) を通る接線の方程式は, $px + qy = r^2$

$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ 上にある点 (p, q) を通る接線の方程式は, $(p - a)(x - a) + (q - b)(y - b) = r^2$

$$(1) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 5^2 \\ \text{点 P} & P(4, 3) \end{cases}$$

接線の方程式は,

$$4x + 3y = 25$$

☆非常に簡便な公式なので覚えるべし.

$$(2) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1^2 \\ \text{点 P} & P\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2}, \frac{4 - \sqrt{2}}{2}\right) \end{cases}$$

接線の方程式は,

$$\left(\frac{2 + \sqrt{2}}{2} - 1\right)(x - 1) + \left(\frac{4 - \sqrt{2}}{2} - 2\right)(y - 2) = 1^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}(x - 1)}{2} - \frac{\sqrt{2}(y - 2)}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}(x - 1) - \sqrt{2}(y - 2) = 2$$

$$\Leftrightarrow x - y + 1 - \sqrt{2} = 0$$

$$(3) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 2^2 \\ \text{点 P の } x \text{ 座標} & 1 \end{cases}$$

$$x = 1 \Rightarrow 1^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{3}$$

接線の方程式は,

$$x + \sqrt{3}y = 4 \text{ 又は } x - \sqrt{3}y = 4$$

☆別解 $x \pm \sqrt{3}y = 4$

$$(4) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x + 1)^2 + y^2 = 3^2 \\ \text{点 P の } y \text{ 座標} & 2 \end{cases}$$

$$y = 2 \Rightarrow (x + 1)^2 + 2^2 = 3^2 \Leftrightarrow y = -1 \pm \sqrt{5}$$

接線の方程式は,

$$(-1 \pm \sqrt{5} + 1)(x + 1) + 2y = 9$$

$$\Leftrightarrow \pm\sqrt{5}(x + 1) + 2y = 9$$

☆答えは,

$\sqrt{5}(x + 1) + 2y = 9$ 又は $-\sqrt{5}(x + 1) + 2y = 9$ の意.

2. 円上に点 P がある. 点 P を通る接線の方程式を求めよ. (S 級 1 分, A 級 2 分, B 級 3 分 20 秒, C 級 5 分)

$$(1) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 5^2 \\ \text{点 P} & P(-3, 4) \end{cases}$$

接線の方程式は,

$$-3x + 4y = 25$$

$$(2) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & (x-2)^2 + (y+1)^2 = 1^2 \\ \text{点 P} & P\left(\frac{4-\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

接線の方程式は,

$$\left(\frac{4-\sqrt{3}}{2} - 2\right)(x-2) + \left(-\frac{1}{2} + 1\right)(y+1) = 1^2$$

$$\Leftrightarrow -\frac{\sqrt{3}(x-2)}{2} + \frac{y+1}{2} = 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{3}(x-2) + y = 1$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{3}x + y - 1 + 2\sqrt{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}x - y + 1 - 2\sqrt{3} = 0$$

$$(3) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + y^2 = 2^2 \\ \text{点 P の } x \text{ 座標} & -\sqrt{3} \end{cases}$$

$$x = -\sqrt{3} \Rightarrow (-\sqrt{3})^2 + y^2 = 4 \Leftrightarrow y = \pm 1$$

接線の方程式は,

$$-\sqrt{3}x + y = 4 \text{ 又は } -\sqrt{3}x - y = 4$$

$$\star \text{別解 } -\sqrt{3}x \pm y = 4$$

$$(4) \quad \begin{cases} \text{円の方程式} & x^2 + (y-1)^2 = 4^2 \\ \text{点 P の } y \text{ 座標} & 3 \end{cases}$$

$$y = 3 \Rightarrow x^2 + (3-1)^2 = 4^2 \Leftrightarrow x = -\pm 2\sqrt{3}$$

接線の方程式は,

$$\pm 2\sqrt{3}x + (3-1)(y-1) = 4^2$$

$$\Leftrightarrow \pm 2\sqrt{3}x + 2(y-1) = 16$$

$$\Leftrightarrow \pm 2\sqrt{3}x + 2y - 18 = 0$$

☆答えは,

$$2\sqrt{3}x + 2(y-1) = 16 \text{ 又は } -2\sqrt{3}x + 2(y-1) = 16 \text{ の意.}$$