反射テスト　解析　円と直線の交点　01

1.　円と直線の交点の座標を求めよ（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

(1)　$\begin{cases} \text{円の方程式} & x^2+y^2=5^2 \\ \text{直線の方程式} & 2x-y-5=0 \end{cases}$

(2)　$\begin{cases} \text{円の方程式} & (x-1)^2+y^2=1^2 \\ \text{直線の方程式} & x+2y-1=0 \end{cases}$

2. 円と直線の交点の座標を求めよ（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 50 秒, C 級 5 分 30 秒 ）

(1) $\begin{cases} \text{円の方程式} & x^2+y^2=5^2 \\ \text{直線の方程式} & 3x+y-5=0 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} \text{円の方程式} & (x-2)^2+(y+1)^2=1^2 \\ \text{直線の方程式} & x+3y-1=0 \end{cases}$

反射テスト　解析　円と直線の交点　01　解答解説

1.　円と直線の交点の座標を求めよ（ S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 20 秒, B 級 3 分 30 秒, C 級 5 分 ）

★ 交点の座標…連立解

(1) $\begin{cases} \text{円の方程式} & x^2+y^2=5^2 & \cdots① \\ \text{直線の方程式} & 2x-y-5=0 & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $y=2x-5$

これを①に代入して,

$x^2+(2x-5)^2=5^2$

$\Leftrightarrow$ $5x^2-20x=0$

$\Leftrightarrow$ $x(x-4)=0$

$\Leftrightarrow$ $x=0$ 又は $x=4$

$x=0 \Rightarrow y=2\times 0-5=-5 \quad \therefore (0,-5)$

$x=4 \Rightarrow y=2\times 4-5=3 \quad \therefore (4,3)$

$\boldsymbol{(x,y)=(0,-5)}$ **,** $\boldsymbol{(4,3)}$

(2) $\begin{cases} \text{円の方程式} & (x-1)^2+y^2=1^2 & \cdots① \\ \text{直線の方程式} & x+2y-1=0 & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $x=1-2y$　（ ☆消去しやすい方を消す ）

これを①に代入して,

$(1-2y-1)^2+y^2=1$

$\Leftrightarrow$ $(2y)^2+y^2=1$

$\Leftrightarrow$ $5y^2=1$

$\Leftrightarrow$ $y=\pm\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$$x=1-2y=1-2\times\frac{\pm 1}{\sqrt{5}}$$
$$=1\mp\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

答え

$$\boldsymbol{(x,y)=\left(1+\frac{2\sqrt{5}}{5},-\frac{\sqrt{5}}{5}\right)\ ,\ \left(1-\frac{2\sqrt{5}}{5},+\frac{\sqrt{5}}{5}\right)}$$

☆これは次のような答えの表記も可能である.

$\boldsymbol{(x,y)=\left(\dfrac{5\pm 2\sqrt{5}}{5},\mp\dfrac{\sqrt{5}}{5}\right)}$　**ただし複号同順**

2. 円と直線の交点の座標を求めよ（ S 級 1 分 30 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 3 分 50 秒, C 級 5 分 30 秒 ）

(1) $\begin{cases} \text{円の方程式} & x^2+y^2=5^2 & \cdots① \\ \text{直線の方程式} & 3x+y+5=0 & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $y=-3x+5$

これを①に代入して,

$$x^2+(-3x+5)^2=5^2$$
$$\Leftrightarrow \quad 10x^2-30x=0$$
$$\Leftrightarrow \quad x(x-3)=0$$
$$\Leftrightarrow \quad x=0 \text{ 又は } x=3$$

$x=0 \quad \Rightarrow \quad y=-3\times 0+5=5 \quad \therefore (0,5)$

$x=3 \quad \Rightarrow \quad y=-3\times 3+5=-4 \quad \therefore (3,-4)$

$\boldsymbol{(x,y)=(0,5)}$ **,** $\boldsymbol{(3,-4)}$

(2) $\begin{cases} \text{円の方程式} & (x-2)^2+(y+1)^2=1^2 & \cdots① \\ \text{直線の方程式} & x+3y-1=0 & \cdots② \end{cases}$

② $\Leftrightarrow$ $x=-3y+1$ （ ☆消去しやすい方を消す ）

これを①に代入して,

$$(-3y+1-2)^2+(y+1)^2=1$$
$$\Leftrightarrow \quad 9y^2+6y+1+y^2+2y+1=1$$
$$\Leftrightarrow \quad 10y^2+8y+1=0$$
$$\Leftrightarrow \quad y=\frac{-4\pm\sqrt{6}}{10}$$

$$x=1-3y=1-3\times\frac{-4\pm\sqrt{6}}{10}$$
$$=\frac{22\mp 3\sqrt{6}}{10}$$

答え

$\boldsymbol{(x,y)=\left(\frac{22\pm 3\sqrt{6}}{10}, \frac{-4\mp\sqrt{6}}{10}\right)}$ **ただし複号同順**