

反射テスト 解析 円の方程式の決定 01

1. 次の条件に適する円の方程式を求めよ。(S級3分10秒, A級5分, B級7分, C級9分)

(1) 原点, 点 $(2, 0)$, 点 $(4, 1)$ を通る円.

(2) 点 $(0, 2)$, $(1, 1)$ を通り, x 軸に接する円

2. 次の条件に適する円の方程式を求めよ。(S級3分40秒, A級6分, B級8分, C級10分)

(1) 原点, 点 $(-1, 2)$, 点 $(3, -1)$ を通る円.

(2) 点 $(1, 0)$, $(2, -1)$ を通り, y 軸に接する円

反射テスト 解析 円の方程式の決定 01 解答解説

1. 次の条件に適する円の方程式を求めよ。(S級3分10秒, A級5分, B級7分, C級9分)

★円の方程式の決定 円の方程式のおき方

中心 (a, b) , や半径 r がわかる場合 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ とおく.

中心 (a, b) , や半径 r がわからない場合 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく.

(1) 原点, 点 $(2, 0)$, 点 $(4, 1)$ を通る円.

求める円の方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく.

原点を通る $\Rightarrow n = 0$

点 $(2, 0)$ を通る $\Rightarrow 4 + 2l + n = 0$

点 $(4, 1)$ を通る $\Rightarrow 16 + 1 + 4l + m + n = 0$

解くと, $l = -2$ かつ $m = -9$ かつ $n = 0$

円の方程式 $x^2 + y^2 - 2x - 9y = 0$

(2) 点 $(0, 2)$, $(1, 1)$ を通り, x 軸に接する円

x 軸に接するので, 円の中心を (a, b) とすると, 半径は $|b|$.

求める円の方程式は $(x - a)^2 + (y - b)^2 = b^2$ とおける.

点 $(0, 2)$ を通る $\Rightarrow a^2 + (2 - b)^2 = b^2$

点 $(1, 1)$ を通る $\Rightarrow (1 - a)^2 + (1 - b)^2 = b^2$

整理すると,

$$a^2 = 4b - 4 \text{ かつ } a^2 - 2a - 2b + 2 = 0$$

前者を後者に代入して, $-2a + 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = a + 1$

これを $a^2 = 4b - 4$ に代入して, $a^2 - 4a = 0 \Leftrightarrow a = 0, 4$

$$a = 0 \Rightarrow b = 0 + 1 = 1$$

$$a = 4 \Rightarrow b = 4 + 1 = 5$$

円の方程式 $x^2 + (y - 1)^2 = 1$ または $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 25$

2. 次の条件に適する円の方程式を求めよ。(S級3分40秒, A級6分, B級8分, C級10分)

★円の方程式の決定 円の方程式のおき方

中心 (a, b) , や半径 r がわかる場合 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ とおく.

中心 (a, b) , や半径 r がわからない場合 $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく.

(1) 原点, 点 $(-1, 2)$, 点 $(3, -1)$ を通る円.

求める円の方程式を $x^2 + y^2 + lx + my + n = 0$ とおく.

原点を通る $\Rightarrow n = 0$

点 $(-1, 2)$ を通る $\Rightarrow 1 + 4 - l + 2m + n = 0$

点 $(3, -1)$ を通る $\Rightarrow 9 + 1 + 3l - m + n = 0$

解くと, $l = -5$ かつ $m = -5$ かつ $n = 0$

円の方程式 $x^2 + y^2 - 5x - 5y = 0$

(2) 点 $(1, 0)$, $(2, -1)$ を通り, y 軸に接する円

y 軸に接するので, 円の中心を (a, b) とすると, 半径は $|a|$.

求める円の方程式は $(x - a)^2 + (y - b)^2 = a^2$ とおける.

点 $(1, 0)$ を通る $\Rightarrow (1 - a)^2 + b^2 = a^2$

点 $(2, -1)$ を通る $\Rightarrow (2 - a)^2 + (-1 - b)^2 = a^2$

整理すると,

$$b^2 = 2a - 1 \text{ かつ } -4a + b^2 + 2b + 5 = 0$$

前者を後者に代入して, $-4a + 2a - 1 + 2b + 5 = 0 \Leftrightarrow a = b + 2$

これを $b^2 = 2a - 1$ に代入して, $b^2 - 2b - 3 = 0 \Leftrightarrow b = -1, 3$

$$b = -1 \Rightarrow a = -1 + 2 = 1$$

$$b = 3 \Rightarrow a = 3 + 2 = 5$$

円の方程式 $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 1$ または $(x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 25$