

反射テスト 解析 直線の方程式とベクトル 01

1. 次の点と直線の方程式を求めよ. 方程式を簡単にする必要はない. (*S* 級 55 秒, *A* 級 1 分 30 秒, *B* 級 2 分 20 秒, *C* 級 3 分 30 秒)

(1) 方向ベクトル $(-2, 3)$ で, 点 $(2, 0)$ を通る.

(2) 法線ベクトル $\left(3, \frac{1}{6}\right)$ で, 点 $(-1, 4)$ を通る.

(3) 傾き $\frac{3}{2}$ で, 点 $(1, -5)$ を通る.

(4) $y = -\frac{3}{4}x$ に垂直で, 点 $(-3, -2)$ を通る.

2. 次の点と直線の方程式を求めよ. 方程式を簡単にする必要はない. (*S* 級 55 秒, *A* 級 1 分 30 秒, *B* 級 2 分 20 秒, *C* 級 3 分 30 秒)

(1) 方向ベクトル $(5, -7)$ で, 点 $(0, 5)$ を通る.

(2) 法線ベクトル $\left(\frac{3}{7}, -2\right)$ で, 点 $(-3, 5)$ を通る.

(3) 傾き $-\frac{2}{5}$ で, 点 $(10, -15)$ を通る.

(4) $y = -\frac{1}{3}x$ に垂直で, 点 $(-6, -6)$ を通る.

反射テスト 解析 直線の方程式とベクトル 01 解答解説

1. 次の点と直線の方程式を求めよ. 方程式を簡単にする必要はない. (S 級 55 秒, A 級 1 分 30 秒, B 級 2 分 20 秒, C 級 3 分 30 秒)

★ 方向ベクトルによる直線の方程式の公式

直線の 方向 ベクトル (a, b) で, 点 (x_1, y_1) を通る直線の方程式は, $\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$

★ 法線ベクトルによる直線の方程式の公式

直線の 法線 ベクトル (a, b) で, 点 (x_1, y_1) を通る直線の方程式は, $a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$

★ 方向ベクトル 方向ベクトル $(a, b) \Leftrightarrow$ 傾き $\frac{b}{a}$

★ 法線ベクトル 法線ベクトル $(a, b) \Leftrightarrow$ 傾き $\frac{b}{a}$ と垂直

(1) 方向ベクトル $(-2, 3)$ で, 点 $(2, 0)$ を通る.

$$\frac{x - 2}{-2} = \frac{y}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2y - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{3}{2}x + 3$$

☆ 太字ならどれでもいいが,
最初の方程式を早く書けるように.

(2) 法線ベクトル $(3, \frac{1}{6})$ で, 点 $(-1, 4)$ を通る.

$$3\{x - (-1)\} + \frac{1}{6}(y - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x + 1) + \frac{1}{6}(y - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + \frac{1}{6}y + \frac{7}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow 18x + y + 14 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -18x - 14$$

(3) 傾き $\frac{3}{2}$ で, 点 $(1, -5)$ を通る.

傾き $\frac{3}{2} \Rightarrow$ 方向ベクトル $(2, 3)$

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - (-5)}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 1}{2} = \frac{y + 5}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2y - 13 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{13}{2}$$

(4) $y = -\frac{3}{4}x$ に垂直で, 点 $(-3, -2)$ を通る.

傾き $-\frac{3}{4}$ に垂直 $\Rightarrow$ 法線ベクトル $(4, -3)$

$$4\{x - (-3)\} - 3\{y - (-2)\} = 0$$

$$\Leftrightarrow 4(x + 3) - 3(y + 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 3y + 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{4}{3}x + 2$$

2. 次の点と直線の方程式を求めよ. 方程式を簡単にする必要はない. (*S* 級 55 秒, *A* 級 1 分 30 秒, *B* 級 2 分 20 秒, *C* 級 3 分 30 秒)

★ 方向ベクトルによる直線の方程式の公式

直線の 方向 ベクトル (a, b) で, 点 (x_1, y_1) を通る直線の方程式は,
$$\frac{x - x_1}{a} = \frac{y - y_1}{b}$$

★ 法線ベクトルによる直線の方程式の公式

直線の 法線 ベクトル (a, b) で, 点 (x_1, y_1) を通る直線の方程式は,
$$a(x - x_1) + b(y - y_1) = 0$$

★ 方向ベクトル 方向ベクトル $(a, b) \Leftrightarrow$ 傾き $\frac{b}{a}$

★ 法線ベクトル 法線ベクトル $(a, b) \Leftrightarrow$ 傾き $\frac{b}{a}$ と垂直

(1) 方向ベクトル $(5, -7)$ で, 点 $(0, 5)$ を通る.

(2) 法線ベクトル $\left(\frac{3}{7}, -2\right)$ で, 点 $(-3, 5)$ を通る.

$$\frac{x}{5} = \frac{y - 5}{-7}$$

$$\Leftrightarrow 7x + 5y - 25 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{7}{5}x + 5$$

$$\frac{3}{7}\{x - (-3)\} - 2(y - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{7}(x + 3) - 2(y - 5) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{7}x - 2y + \frac{79}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - 14y + 79 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{14}x + \frac{79}{14}$$

(3) 傾き $-\frac{2}{5}$ で, 点 $(10, -15)$ を通る.

(4) $y = -\frac{1}{3}x$ に垂直で, 点 $(-6, -6)$ を通る.

傾き $-\frac{2}{5} \Rightarrow$ 方向ベクトル $(5, -2)$

傾き $-\frac{1}{3}$ に垂直 $\Rightarrow$ 法線ベクトル $(3, -1)$

$$\frac{x - 10}{5} = \frac{y - (-15)}{-2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x - 10}{5} = \frac{y + 15}{-2}$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5y + 55 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{2}{5}x - 11$$

$$3\{x - (-6)\} - 1\{y - (-6)\} = 0$$

$$\Leftrightarrow 3(x + 6) - (y + 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x - y + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = 3x + 12$$