

反射テスト 解析 関数の移動 まとめ 01

1. 次の問に答えよ. (S 級 1 分 20 秒, A 級 2 分 30 秒, B 級 4 分, C 級 6 分)

- (1) $y = x^2$ を x 軸を基準に y 軸を 2 倍に伸ばす. (2) $2x - 3y - 1 = 0$ を y 軸に関して対称に移動する.

- (3) $x^2 + y^2 = 1$ を原点を中心に 3 倍拡大し,
 x 軸方向に -2 , y 軸方向に $+3$ 平行移動する. (4) $y = x^2$ を点 $(2, 0)$ に関して対称に移動する.

2. 次の問に答えよ. (S 級 1 分 45 秒, A 級 3 分, B 級 5 分, C 級 8 分)

(1) $y = x^2$ を y 軸を基準に x 軸を 3 倍に伸ばす.

(2) $2x - 3y - 1 = 0$ を原点に関して対称に移動する.

(3) $x^2 + y^2 = 1$ を x 軸方向に -1 平行移動し,
原点を中心に 3 倍拡大する.

(4) $y = \frac{1}{4}x^2$ を点 $(2, 1)$ に関して対称に移動する.

反射テスト 解析 関数の移動 まとめ 01 解答解説

1. 次の問に答えよ。(S級1分20秒, A級2分30秒, B級4分, C級6分)

★ 平行移動 $\left\{ \begin{array}{l} \text{陽関数 } y = f(x) \text{ を } x \text{ 軸方向に } +p, y \text{ 軸方向に } +q \text{ 平行移動} \Rightarrow y - q = f(x - p) \\ \text{陰関数 } f(x, y) = 0 \text{ を } x \text{ 軸方向に } +p, y \text{ 軸方向に } +q \text{ 平行移動} \Rightarrow f(x - p, y - q) = 0 \end{array} \right.$

★ 対称移動 $\left\{ \begin{array}{l} x \text{ 軸に関して線対称な移動 } y \text{ に } -y \text{ を代入する.} \\ y \text{ 軸に関して線対称な移動 } x \text{ に } -x \text{ を代入する.} \\ \text{原点に関して点対称な移動 } x \text{ に } -x \text{ を, } y \text{ に } -y \text{ を代入する.} \end{array} \right.$

★ 伸縮・拡大縮小 $\left\{ \begin{array}{l} y \text{ 軸を基準に } x \text{ 軸を } a \text{ 倍伸縮 } x \text{ に } \frac{x}{a} \text{ を代入する.} \\ x \text{ 軸を基準に } y \text{ 軸を } b \text{ 倍伸縮 } y \text{ に } \frac{y}{b} \text{ を代入する.} \\ \text{原点を中心に } c \text{ 倍拡大縮小 } x \text{ に } \frac{x}{c} \text{ を, } y \text{ に } \frac{y}{c} \text{ を代入する.} \end{array} \right.$

(1) $y = x^2$ を x 軸を基準に y 軸を 2 倍に伸ばす.

(2) $2x - 3y - 1 = 0$ を y 軸に関して対称に移動する.

y 軸を 2 倍伸ばすと,

$$\frac{y}{2} = x^2$$

$$\Leftrightarrow y = 2x^2$$

y 軸に関して線対称に移動すると,

$$2(-x) - 3y - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x + 3y + 1 = 0$$

(3) $x^2 + y^2 = 1$ を原点を中心に 3 倍拡大し,
 x 軸方向に $-2, y$ 軸方向に $+3$ 平行移動する.

(4) $y = x^2$ を点 $(2, 0)$ に関して対称に移動する.

原点を中心に 3 倍拡大すると,

$$\left(\frac{x}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 9$$

x 軸方向 $-2, y$ 軸方向 $+3$ の平行移動をすると,

$$\{x - (-2)\}^2 + (y - 3)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

x 軸方向 -2 の平行移動

$$y = \{x - (-2)\}^2$$

$$\Leftrightarrow y = (x + 2)^2$$

原点に関して点対称の移動

$$-y = (-x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow y = -(x - 2)^2$$

x 軸方向 $+2$ の平行移動

$$y = -\{(x - 2) - 2\}^2$$

$$\Leftrightarrow y = -(x - 4)^2$$

☆点対称の変換は原点を中心に行いたいので,
一旦関数全体を $(2, 0)$ が原点にくるように移動する.
点対称移動の後, 元に戻すための平行移動を行う.

☆図を描いてイメージをいじった方が早いが,
上のような機械的な方法もおさえておくこと.

2. 次の間に答えよ。(S級1分45秒, A級3分, B級5分, C級8分)

(1) $y = x^2$ を y 軸を基準に x 軸を3倍に伸ばす.

x 軸を3倍伸ばすと,

$$y = \left(\frac{x}{3}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{9}x^2$$

(2) $2x - 3y - 1 = 0$ を原点に関して対称に移動する.

原点に関して点対称に移動すると,

$$2(-x) - 3(-y) - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 3y + 1 = 0$$

(3) $x^2 + y^2 = 1$ を x 軸方向に -1 平行移動し,
原点を中心に3倍拡大する.

x 軸方向に -1 の平行移動をすると,

$$\{x - (-1)\}^2 + y^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = 1$$

原点を中心に3倍拡大すると,

$$\left(\frac{x}{3} + 1\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x+3}{3}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow (x+3)^2 + y^2 = 9$$

(4) $y = \frac{1}{4}x^2$ を点 $(2, 1)$ に関して対称に移動する.

x 軸方向 -2 , y 軸方向 -1 の平行移動

$$y - (-1) = \frac{1}{4}\{x - (-2)\}^2$$

$$\Leftrightarrow y + 1 = \frac{1}{4}(x + 2)^2$$

原点に関して点対称の移動

$$-y + 1 = \frac{1}{4}(-x + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow y - 1 = -\frac{1}{4}(x - 2)^2$$

x 軸方向 $+2$, y 軸方向 $+1$ の平行移動

$$(y - 1) - 1 = -\frac{1}{4}\{(x - 2) - 2\}^2$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 2$$

☆点対称の変換は原点を中心に行いたいので,
一旦関数全体を $(2, 1)$ が原点にくるように移動する.
点対称移動の後, 元に戻すための平行移動を行う.

☆図を描いてイメージをいじった方が早いですが,
上のような機械的な方法もおさえておくこと.