

反射テスト 解析 伸縮・拡大縮小 01

1. 次の方程式に $\langle \rangle$ 内の操作をしたときにできる図形の方程式を記せ.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

(1) $y = 6x$ $\langle y$ 軸を基準に x 軸を 3 倍に伸ばす $\rangle$

(2) $y = 6x$ $\langle x$ 軸を基準に y 軸を $\frac{1}{3}$ 倍に縮める $\rangle$

(3) $y = 2x^2$ $\langle$ 原点を中心に 2 倍に拡大する $\rangle$

(4) $x^2 + y^2 = 1$ $\langle y$ 軸を基準に x 軸を 4 倍に伸ばす $\rangle$

(5) $y = 2x - 1$
 $\langle x$ 軸を基準に y 軸を 3 倍に伸ばし,
 y 軸方向に $+2$ 平行移動する $\rangle$

(6) $y = |x|$
 $\langle x = 1$ を基準に x 軸を $\frac{1}{2}$ 倍に縮める $\rangle$

2. 次の方程式に $\langle \rangle$ 内の操作をしたときにできる図形の方程式を記せ.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

(1) $y = x + 1$ $\langle y$ 軸を基準に x 軸を 3 倍に伸ばす $\rangle$ (2) $x - 2y + 3 = 0$ $\langle x$ 軸を基準に y 軸を $\frac{1}{4}$ 倍に縮める $\rangle$

(3) $x^2 + y^2 = 1$ $\langle$ 原点を中心に 2 倍拡大する $\rangle$ (4) $y = 8x^2$ $\langle y$ 軸を基準に x 軸を 4 倍に伸ばす $\rangle$

(5) $y = 2x - 1$
 $\langle x$ 軸方向に $+3$ 平行移動し,
 y 軸を基準に x 軸を 2 倍に伸ばす $\rangle$

(6) $y = |x|$
 $\langle y = 1$ を基準に y 軸を $\frac{1}{2}$ 倍に縮める $\rangle$

反射テスト 解析 伸縮・拡大縮小 01 解答解説

1. 次の方程式に $<>$ 内の操作をしたときにできる図形の方程式を記せ.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

★関数の伸縮・拡大縮小

$$\begin{cases} y \text{ 軸を基準に } x \text{ 軸を } a \text{ 倍伸縮} & x \text{ に } \frac{x}{a} \text{ を代入する.} \\ x \text{ 軸を基準に } y \text{ 軸を } b \text{ 倍伸縮} & y \text{ に } \frac{y}{b} \text{ を代入する.} \\ \text{原点を中心に } c \text{ 倍拡大縮小} & x \text{ に } \frac{x}{c} \text{ を, } y \text{ に } \frac{y}{c} \text{ を代入する.} \end{cases}$$

☆物理で学ぶ波の関数（正弦波を表す正弦関数）を調べるときにも重要な考え方である.

(1) $y = 6x$ $< y \text{ 軸を基準に } x \text{ 軸を } 3 \text{ 倍に伸ばす } >$

$$\Rightarrow y = 6 \times \frac{x}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = 2x$$

(2) $y = 6x$ $< x \text{ 軸を基準に } y \text{ 軸を } \frac{1}{3} \text{ 倍に縮める } >$

$$\Rightarrow \frac{y}{\frac{1}{3}} = 6x$$

$$\Leftrightarrow y = 2x$$

☆ (1) と (2) が同じ答えになる意味を考えること.

(3) $y = 2x^2$ $< \text{原点を中心に } 2 \text{ 倍に拡大する } >$

$$\Rightarrow \frac{y}{2} = 2 \times \left(\frac{x}{2}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow y = x^2$$

(4) $x^2 + y^2 = 1$ $< y \text{ 軸を基準に } x \text{ 軸を } 4 \text{ 倍に伸ばす } >$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{4}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + y^2 = 1$$

☆円と楕円の関係がここにある.

(5) $y = 2x - 1$
 $< x \text{ 軸を基準に } y \text{ 軸を } 3 \text{ 倍に伸ばし,}$
 $y \text{ 軸方向に } +2 \text{ 平行移動する } >$

$$\Rightarrow y \text{ 軸 } 3 \text{ 倍伸縮} : \frac{y}{3} = 2x - 1$$

$$\Rightarrow y \text{ 軸 } +2 \text{ 平行移動} : \frac{y-2}{3} = 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow y = 6x - 1$$

(6) $y = |x|$
 $< x = 1 \text{ を基準に } x \text{ 軸を } \frac{1}{2} \text{ 倍に縮める } >$

$$\Rightarrow x \text{ 軸 } -1 \text{ 平行移動} : y = |x + 1|$$

$$\Rightarrow x \text{ 軸 } \frac{1}{2} \text{ 倍伸縮} : y = \left| \frac{x}{\frac{1}{2}} + 1 \right|$$

$$\Rightarrow x \text{ 軸 } +1 \text{ 平行移動} : y = |2(x - 1) + 1|$$

$$\Leftrightarrow y = |2x - 1|$$

☆中心がずれた拡大縮小は平行移動で対処する.
この場合 $x = 1$ を中心 (y 軸) に移動してから拡大縮小.
よくわからなければグラフを描いて確かめてみる.

2. 次の方程式に $< >$ 内の操作をしたときにできる図形の方程式を記せ.

(S 級 1 分 50 秒, A 級 3 分, B 級 4 分 40 秒, C 級 7 分)

(1) $y = x + 1$ $< y$ 軸を基準に x 軸を 3 倍に伸ばす $>$ (2) $x - 2y + 3 = 0$ $< x$ 軸を基準に y 軸を $\frac{1}{4}$ 倍に縮める $>$

$$\Rightarrow y = \frac{x}{3} + 1$$

$$\Rightarrow x - 2 \times \frac{y}{\frac{1}{4}} + 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{3}x + 1$$

$$\Leftrightarrow x - 8y + 3 = 0$$

(3) $x^2 + y^2 = 1$ $<$ 原点を中心に 2 倍拡大する $>$

(4) $y = 8x^2$ $< y$ 軸を基準に x 軸を 4 倍に伸ばす $>$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow y = 8 \times \left(\frac{x}{4}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}x^2$$

(5) $y = 2x - 1$
 $< x$ 軸方向に $+3$ 平行移動し,
 y 軸を基準に x 軸を 2 倍に伸ばす $>$

(6) $y = |x|$
 $< y = 1$ を基準に y 軸を $\frac{1}{2}$ 倍に縮める $>$

$$\Rightarrow x \text{ 軸} + 3 \text{ 平行移動} : y = 2(x - 3) - 1$$

$$\Rightarrow x \text{ 軸} 2 \text{ 倍伸縮} : y = 2\frac{x}{2} - 7$$

$$\Leftrightarrow y = x - 7$$

$$\Rightarrow y \text{ 軸} - 1 \text{ 平行移動} : y + 1 = |x|$$

$$\Rightarrow y \text{ 軸} \frac{1}{2} \text{ 倍伸縮} : \frac{y}{\frac{1}{2}} + 1 = |x|$$

$$\Rightarrow y \text{ 軸} + 1 \text{ 平行移動} : 2(y - 1) + 1 = |x|$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{1}{2}|x| + \frac{1}{2}$$

☆中心がずれた拡大縮小は平行移動で対処する.
この場合 $y = 1$ を中心 (x 軸) に移動してから拡大縮小.
よくわからなければグラフを描いて確かめてみること.