反射テスト 対数 常用対数 桁の算出 01

1. 次の問いに答えよ. ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい.
(S級 2分30秒, A級 3分40秒, B級 5分, C級 7分)

- (1) 20桁の自然数 M を不等式を用いて表せ. (2) 2^{50} は何桁の自然数か求めよ.

- (3) 3^n は15桁の自然数である. 自然数 n を全て求めよ.

2. 次の問いに答えよ. ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい.

(S 級 2 分 30 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

(1) 31 桁の自然数 M を不等式を用いて表せ.

(2) 3^{100} は何桁の自然数か求めよ.

(3) 2^n は 25 桁の自然数である. 自然数 n を全て求めよ.

反射テスト 対数 常用対数 桁の算出 01 解答解説

1. 次の問いに答えよ. ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい.

(S 級 2 分 30 秒, A 級 3 分 40 秒, B 級 5 分, C 級 7 分)

★ M が n 桁の自然数 $\Leftrightarrow 10^{n-1} \leq M < 10^n$

(1) 20 桁の自然数 M を不等式を用いて表せ.

(2) 2^{50} は何桁の自然数か求めよ.

★ 抽象化 $\Leftrightarrow$ 具体化

☆ 具体例 3 桁の自然数 x は 100~999

$$100 = 10^2, 999 < 1000 = 10^3$$

$$\therefore 10^2 \leq x < 10^3$$

☆ 抽象化

★ M が n 桁の自然数 $\Leftrightarrow 10^{n-1} \leq M < 10^n$

20 桁の自然数 M

$$\therefore 10^{19} \leq M < 10^{20}$$

n 桁の自然数になるとすると,

$$10^{n-1} \leq 2^{50} < 10^n$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} 10^{n-1} \leq \log_{10} 2^{50} < \log_{10} 10^n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 50 \log_{10} 2 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 50 \times 0.3010 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 15.05 < n$$

$$\Leftrightarrow 15.05 < n \leq 16.05$$

$$\therefore n = 16 \Rightarrow 16 \text{ 桁}$$

(3) 3^n は 15 桁の自然数である. 自然数 n を全て求めよ.

3^n が 15 桁の自然数になるから,

$$10^{14} \leq 3^n < 10^{15}$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} 10^{14} \leq \log_{10} 3^n < \log_{10} 10^{15}$$

$$\Leftrightarrow 14 \leq n \log_{10} 3 < 15$$

$$\Leftrightarrow 14 \leq 0.4771n < 15$$

$$\Leftrightarrow \frac{14}{0.4771} \leq n < \frac{15}{0.4771}$$

$$\Leftrightarrow 29.3\cdots \leq n < 31.4\cdots$$

$$\therefore n = 30, 31$$

2. 次の問いに答えよ. ただし $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として計算してよい.

(S級 2分30秒, A級 3分40秒, B級 5分, C級 7分)

(1) 31桁の自然数 M を不等式を用いて表せ.

(2) 3^{100} は何桁の自然数か求めよ.

★ 抽象化⇔具体化

☆ 具体例 3桁の自然数 x は 100~999

$$100 = 10^2, 999 < 1000 = 10^3$$

$$\therefore 10^2 \leq x < 10^3$$

☆ 抽象化

★ M が n 桁の自然数 $\Leftrightarrow 10^{n-1} \leq M < 10^n$

20桁の自然数 M

$$\therefore 10^{30} \leq M < 10^{31}$$

n 桁の自然数になるとすると,

$$10^{n-1} \leq 3^{100} < 10^n$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} 10^{n-1} \leq \log_{10} 3^{100} < \log_{10} 10^n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 100 \log_{10} 3 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 100 \times 0.4771 < n$$

$$\Leftrightarrow n-1 \leq 47.71 < n$$

$$\Leftrightarrow 47.71 < n \leq 48.71$$

$$\therefore n = 48 \Rightarrow 48 \text{ 桁}$$

(3) 2^n は 25桁の自然数である. 自然数 n を全て求めよ.

2^n が 25桁の自然数になるから,

$$10^{24} \leq 2^n < 10^{25}$$

$$\Leftrightarrow \log_{10} 10^{24} \leq \log_{10} 2^n < \log_{10} 10^{25}$$

$$\Leftrightarrow 24 \leq n \log_{10} 2 < 25$$

$$\Leftrightarrow 24 \leq 0.3010n < 25$$

$$\Leftrightarrow \frac{24}{0.3010} \leq n < \frac{25}{0.3010}$$

$$\Leftrightarrow 79.7\cdots \leq n < 83.05\cdots$$

$$\therefore n = 80, 81, 82, 83$$