

反射テスト 対数 方程式 02

1. 次の方程式を解け. (S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

(1) $\log_{\sqrt{5}} x^2 = 4$

(2) $\log_2 (x + 1) + \log_2 (x - 2) = 2$

2. 次の方程式を解け. (S 級 55 秒, A 級 1 分 25 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

(1) $\log_{\sqrt{2}}(x-2)^2 = 8$

(2) $\log_2(x-4) = -\log_2(x-6) + 1$

反射テスト 対数 方程式 02 解答解説

1. 次の方程式を解け. (S 級 40 秒, A 級 1 分 10 秒, B 級 2 分, C 級 3 分)

★ 対数方程式 真数条件 を必ず最初に確認しておくこと.

$$(1) \quad \log_{\sqrt{5}} x^2 = 4$$

★真数条件より,

$$x^2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 0$$

与方程式

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ かつ } \log_{\sqrt{5}} x^2 = 4 \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ かつ } \log_{\sqrt{5}} x^2 = \log_{\sqrt{5}} 25$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ かつ } x^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow x \neq 0 \text{ かつ } x = \pm 5$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$\star \log_{\sqrt{5}} x^2 = 2 \log_{\sqrt{5}} x$$

としてしまうと, 真数条件から $x > 0$ となり間違ふ.

正確には $\log_{\sqrt{5}} x^2 = 2 \log_{\sqrt{5}} |x|$.

$$(2) \quad \log_2 (x+1) + \log_2 (x-2) = 2$$

★真数条件より,

$$x+1 > 0 \text{ かつ } x-2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad -1 < x \text{ かつ } 2 < x \quad \Leftrightarrow \quad 2 < x$$

与方程式

$$\Leftrightarrow 2 < x \text{ かつ } \log_2 (x+1)(x-2) = \log_2 2^2$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \text{ かつ } (x+1)(x-2) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \text{ かつ } x^2 - x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \text{ かつ } (x+2)(x-3) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 < x \text{ かつ } 「 x = -2 \text{ 又は } x = 3 」$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

2. 次の方程式を解け. (S 級 55 秒, A 級 1 分 25 秒, B 級 2 分 30 秒, C 級 4 分)

$$(1) \quad \log_{\sqrt{2}}(x-2)^2 = 8$$

★真数条件より,

$$(x-2)^2 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad x \neq 2$$

与方程式

$$\Leftrightarrow x \neq 2 \text{ かつ } \log_{\sqrt{2}}(x-2)^2 = 8 \log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$$

$$\Leftrightarrow x \neq 2 \text{ かつ } \log_{\sqrt{2}}(x-2)^2 = \log_{\sqrt{2}} 16$$

$$\Leftrightarrow x \neq 2 \text{ かつ } (x-2)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x \neq 2 \text{ かつ } x-2 = \pm 4$$

$$\Leftrightarrow x \neq 2 \text{ かつ 「 } x=6 \text{ 又は } x=-2 \text{ 」}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{x = -2 \text{ 又は } x = 6}$$

$$(2) \quad \log_2(x-4) = -\log_2(x-6) + 1$$

★真数条件より,

$$x-4 > 0 \text{ かつ } x-6 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 4 < x \text{ かつ } 6 < x \quad \Leftrightarrow \quad 6 < x$$

与方程式

$$\Leftrightarrow 6 < x \text{ かつ } \log_2(x-4)(x-6) = \log_2 2$$

$$\Leftrightarrow 6 < x \text{ かつ } x^2 - 10x + 24 = 2$$

$$\Leftrightarrow 6 < x \text{ かつ } x^2 - 10x + 22 = 0$$

$$\Leftrightarrow 6 < x \text{ かつ } x = 5 \pm \sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boldsymbol{x = 5 + \sqrt{3}}$$