

反射テスト 対数 方程式 01

1. 次の方程式を解け。(S級 50 秒, A級 1 分 20 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

(1) $\log_2 x = 3$

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(x - 1) = 2$

(3) $\log_2(x^2 - 2) = \log_2 x$

2. 次の方程式を解け。(S級 50 秒, A級 1 分 20 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

(1) $\log_3 x = -2$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) = 5$

(3) $\log_2(1-x^2) = \log_2 x$

反射テスト 対数 方程式 01 解答解説

1. 次の方程式を解け。(S級 50 秒, A級 1 分 20 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

★対数方程式 真数条件 を必ず最初に確認しておくこと.

(1) $\log_2 x = 3$

★真数条件より $x > 0$

与方程式 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $\log_2 x = 3 \log_2 2$
 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $\log_2 x = \log_2 8$
 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $x = 8$
 $\Leftrightarrow x = 8$

(2) $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) = 2$

★真数条件より $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

与方程式 $\Leftrightarrow x > 1$ かつ $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) = 2 \log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{3}$
 $\Leftrightarrow x > 1$ かつ $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) = \log_{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3}\right)^2$
 $\Leftrightarrow x > 1$ かつ $x-1 = \frac{1}{9}$
 $\Leftrightarrow x > 1$ かつ $x = \frac{10}{9}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{10}{9}$

(3) $\log_2(x^2-2) = \log_2 x$

★真数条件より $x^2-2 > 0$ かつ $x > 0 \Leftrightarrow x > \sqrt{2}$

与方程式 $\Leftrightarrow x > \sqrt{2}$ かつ $x^2-2 = x$
 $\Leftrightarrow x > \sqrt{2}$ かつ $x^2-x-2 = 0$
 $\Leftrightarrow x > \sqrt{2}$ かつ $(x+1)(x-2) = 0$
 $\Leftrightarrow x > \sqrt{2}$ かつ 「 $x = -1$ 又は $x = 2$ 」
 $\Leftrightarrow x = 2$

2. 次の方程式を解け。(S級 50 秒, A級 1 分 20 秒, B級 2 分 20 秒, C級 3 分 30 秒)

(1) $\log_3 x = -2$

★真数条件より $x > 0$

与方程式 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $\log_3 x = -2 \log_3 3$
 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $\log_3 x = \log_3 3^{-2}$
 $\Leftrightarrow x > 0$ かつ $x = \frac{1}{9}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{9}$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) = 5$

★真数条件より $1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$

与方程式 $\Leftrightarrow x < 1$ かつ $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) = 5 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow x < 1$ かつ $\log_{\frac{1}{2}}(1-x) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^5$
 $\Leftrightarrow x < 1$ かつ $1-x = \frac{1}{32}$
 $\Leftrightarrow x < 1$ かつ $x = \frac{31}{32}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{31}{32}$

(3) $\log_2(1-x^2) = \log_2 x$

★真数条件より $1-x^2 > 0$ かつ $x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

与方程式 $\Leftrightarrow 0 < x < 1$ かつ $1-x^2 = x$
 $\Leftrightarrow 0 < x < 1$ かつ $x^2 + x - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow 0 < x < 1$ かつ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1}$
 $\Leftrightarrow 0 < x < 1$ かつ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$